

4th Bangladesh Olympiad on Astronomy and Astrophysics

First Round 2021- Set A

April 30, 2021

Instructions for the Candidate - পরীক্ষার্থীদের জন্য নির্দেশনা:

- For all questions, the process involved in arriving at the solution is more important than the answer itself. Valid assumptions / approximations are perfectly acceptable. Please write your method clearly, explicitly stating all reasoning.
প্রতিটি প্রশ্নের জন্যই উত্তরের চেয়ে সমাধানের প্রক্রিয়া বেশি গুরুত্বপূর্ণ। যুক্তিপূর্ণ অনুমান/অ্যাপ্রক্সিমেশন পুরোপুরিভাবে গ্রহণযোগ্য। সমাধানের বিশদ ও স্পষ্ট ব্যাখ্যা আমাদের প্রত্যাশিত।
- Be sure to calculate the final answer in the appropriate units asked in the question.
চূড়ান্ত উত্তর প্রশ্ন অনুযায়ী সঠিক এককে গ্রহণযোগ্য।
- Non-programmable scientific calculators are allowed.
নন প্রোগ্রামেবল সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর গ্রহণযোগ্য।
- The mark distribution is shown in the [] at the right corner for every question.
প্রতিটি প্রশ্নের শেষে [] বন্ধনীতে নম্বর বন্টন দেয়া আছে।
- The exam duration is **1 hour** and you'll have extra **15 minutes** to compile the answers and submit the PDF into the designated portal.
পরীক্ষার সময় **১ ঘন্টা**, উত্তরপত্র পিডিএফ বানানো এবং জমা দেয়ার সময়কাল **১৫ মিনিট**।

Useful Constants and Formulas

Mass of the Sun	M_{\odot}	\approx	1.989×10^{30} kg
Mass of the Earth	M_{\oplus}	\approx	5.972×10^{24} kg
Mass of the Moon	M_{C}	\approx	7.347×10^{22} kg
Radius of the Earth	R_{\oplus}	\approx	6.371×10^6 m
Radius of the Sun	R_{\odot}	\approx	6.955×10^8 m
Speed of light	c	\approx	2.99×10^8 m
Astronomical Unit(AU)	a_{\oplus}	\approx	1.496×10^{11} m
Solar Luminosity	L_{\odot}	\approx	3.826×10^{26} W
Gravitational Constant	G	\approx	6.674×10^{-11} Nm ² kg ⁻²
1 parsec	$1 pc$	$=$	3.986×10^{16} m
Stefan's constant	σ	$=$	5.670×10^{-8} Wm ² K ⁻⁴

১. MCQ

Answer the following multiple choice questions. Each question contains **1 mark**.

নিচের বহু নির্বাচনী প্রশ্নগুলির উত্তর দাও। প্রতিটির জন্য **১ নম্বর**।

- a. Three friends are arguing over the positions of sunrise and sunset at different latitudes and seasons.

Turja: The sun rises due east and sets due west. Differences in latitude only changes the angle of the sun's path in the sky.

Ankon: No, the point of sunrise and sunset can be anywhere between 0 degree and 180 degree from North on the East and West sides respectively depending on latitude and season.

Serat: Both of you are wrong. While it is true the point of sunrise and sunset varies according to latitude and season, it can only vary between 30 degrees and 120 degrees from due north.

Who is correct?

তিন বন্ধু বিভিন্ন অক্ষাংশ ও ঋতুর কারণে সূর্যের অবস্থানের পরিবর্তন নিয়ে আলোচনা করছে,

তূর্য: সূর্য পূর্বে উঠে এবং পশ্চিমে অস্ত যায়। অক্ষাংশের পরিবর্তনের জন্য শুধুমাত্র আকাশে সূর্যের পথের কৌণিক পরিবর্তন হয়।

অংকন: না, ঋতু এবং অক্ষাংশের পরিবর্তনের সাপেক্ষে সূর্যোদয় এবং সূর্যাস্তের বিন্দু উত্তর থেকে পূর্ব ও পশ্চিম দিকে ০ থেকে ১৮০ ডিগ্রি পর্যন্ত হতে পারে।

সীরাত: তোমরা দুজনেই ভুল। যদিও এটা সত্যি যে সূর্যোদয় এবং সূর্যাস্তের বিন্দু ঋতু এবং অক্ষাংশের পরিবর্তনের সাপেক্ষে পরিবর্তন হয়, এটা শুধুমাত্র উত্তর থেকে ৩০-১২০ ডিগ্রি পর্যন্ত পরিবর্তন হতে পারে।

কে সঠিক?

- Turja
 - Ankon
 - Serat
 - None of them
- b. How far from the Earth would the Sun have to be moved so that its apparent angular diameter would be 1 arc second?

পৃথিবী থেকে সূর্য কত দূরে গেলে সূর্যের আপাত কৌণিক ব্যাস ১ আর্কসেকেন্ড হবে?

- 1900 AU
- 3.26 AU
- 206265 AU
- 10 AU

- c. A Dyson sphere is a hypothetical megastructure that completely encompasses a star and captures a large percentage of its power output. Suppose we observe a Dyson sphere with a radius of 200 AU and temperature of 3400 K. At what wavelength of EM radiation does it emit most intensely? Assume that the sphere is a black body.

ডাইসন স্ফিয়ার বা গোলক হচ্ছে একটি অনুমিত বৃহৎ কাঠামো যা একটি তারাকে ঘিরে থাকে এবং তারার শক্তির অনেক বড় একটি অংশ গ্রহণ করে। ধরো, আমরা এমন একটি ডাইসন গোলক পর্যবেক্ষণ করছি যার ব্যাসার্ধ 200 AU এবং তাপমাত্রা 3400 K। বস্তুটি কোন তরঙ্গদৈর্ঘ্যে সবচেয়ে তীব্রভাবে বিকিরণ করে?

- i. 760 nm
- ii. 820 nm
- iii. 850 nm
- iv. 920 nm

- d. An Earth-like planet is orbiting its star at 1 AU. If the star is determined to have a mass double that of the Sun, which of the following is the orbital period of the planet in Earth years?

পৃথিবীর মতো একটি গ্রহ একটি তারাকে 1 AU দূরত্বে প্রদক্ষিণ করছে। যদি তারটির ভর আমাদের সূর্যের ভরের দ্বিগুণ হয়, তাহলে গ্রহটির প্রদক্ষিণকাল কত বছর হবে?

- i. 1.6 y
- ii. 0.7 y
- iii. 0.5 y
- iv. 1.2 y

- e. Procyon is amongst the brightest stars in the night sky, and is the brightest star in the constellation, Canis Minor. It has an absolute magnitude of 2.6. What is the distance of a similar star, with apparent magnitude 13, from Earth?

প্রভাস আকাশের অন্যতম উজ্জ্বল তারা, এবং এটি শূন্য মণ্ডলের প্রধান উজ্জ্বল তারা। এর পরম উজ্জ্বলতার মান 2.6। যদি এর-কম একটি তারার আপাত উজ্জ্বলতার মান 13 হয়, তবে পৃথিবী থেকে এর দূরত্ব কত? (বাংলা নাম সংকলন - **তারা পরিচিতি**)

We know that,

$$M_1 - M_2 = -2.5 \log \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} \right)$$

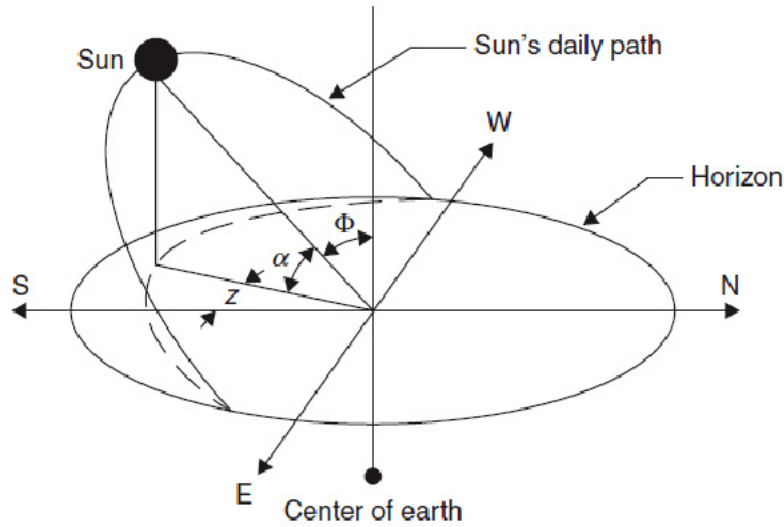
- i. 600 pc
- ii. 5 pc
- iii. 10 pc
- iv. 1.2 kpc

২. Sun with it's troubled path!

Due to Earth's obliquity, $\epsilon = 23.5^\circ$, for an observer on Earth the Sun seem to change it's position on the Sky with time. In this question we'll explore how the position changes throughout the year.

পৃথিবী সৌরতলের সাপেক্ষে কিছুটা হেলে থাকার ফলে (খ-গোলক এবং ভূ-কক্ষের মধ্যবর্তী কোণ, $\epsilon = 23.5^\circ$) পৃথিবীতে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে সূর্যের অবস্থান সময়ের সাথে পরিবর্তন হয় বলে মনে হয়। এই সমস্যায় আমরা দেখবো কিভাবে সারা বছরে সূর্যের অবস্থান পরিবর্তন হয়।

- a. What is the ecliptic latitude and longitude of the Sun on May 1st. [2]
 ১লা মে তে ক্রান্তি স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় সূর্যের অক্ষাংশ ও দ্রাঘিমাংশ কত হবে?



চিত্র ১: Apparent motion of the Sun from Northern hemisphere

- b. Calculate the Sun's right ascension, α_\odot and declination, δ_\odot for this date. [1.5+1.5]
 এই দিনের জন্য সূর্যের বিষুবংশ, α_\odot এবং বিনতি, δ_\odot বের কর।

- c. An Observer is situated in latitude $\phi = 25^\circ$ N, longitude $\lambda = 0^\circ$ W. What is the interval (in solar time) between sunrise and sunset for this observer on this date? Determine the Greenwich mean time (GMT) of sunset and sunrise.

একজন পর্যবেক্ষক $\phi = 25^\circ$ N অক্ষাংশে এবং $\lambda = 0^\circ$ দ্রাঘিমাংশে অবস্থান করছে। সূর্যোদয় এবং সূর্যাস্তের মধ্যে সৌর সময়ে পার্থক্য কতটুকু? সূর্যোদয় এবং সূর্যাস্তের গ্রিনিচ মান সময় (GMT) বের কর।

We know that,

$$\cos 90^\circ = \cos(90^\circ - \phi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \phi) \sin(90^\circ - \delta) \cos H$$

You should draw a celestial diagram to try to understand the situation. [3]

ঘটনাটি বুঝানোর সুবিধার্থে একটি খ-গোলক চিত্র আঁকতে পার।

৩. Radius of the Earth

The scientist named Abu Reyhan Al-Biruni had successfully calculated the radius of the Earth in a different way with that done by Greek mathematician Erastosthenes. The calculation of the radius of the Earth by this method requires the top of a mountain with height h and surrounded by a flat field. The angles of the slopes of the mountain with the ground, θ_1 and θ_2 at the points 1 and 2 are measured. The distance d between point 1 and 2 also measured.

বিজ্ঞানী আবু রায়হান আল বিরুনী গ্রিক গণিতবিদ ইরাটোস্টিনিস এর উপায় হতে ভিন্ন এক উপায়ে সফলতার সাথে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ নির্ণয় করেছিলেন। এই উপায়ে ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের জন্য h উচ্চতার একটি পাহাড় আর তার চারপাশে সমতল ভূমি দরকার। দুটি বিন্দু 1 আর 2 হতে পাহাড়ের উন্নতি কোণ যথাক্রমে θ_1 এবং θ_2 নির্ণয় করা হয় এবং 1 এবং 2 এর দূরত্ব d নির্ণয় করা হয়।

- a. Express h in terms of d , θ_1 , and θ_2 . [2]
 h কে d , θ_1 এবং θ_2 এর সাপেক্ষে প্রকাশ কর।

An observer climbed the mountain peak and measured the angle ($\theta = 90^\circ - \alpha$) between the vertical, and the tangent from the peak to the earth's surface. The point where the tangent touches the earth surface is the horizon. When the observer is on a higher mountain peak, the horizon will both farther and at a lower elevation.

একজন পর্যবেক্ষক পাহাড়ের চূরায় উঠে উলম্ব এবং পাহার হতে পৃথিবীর উপর অঙ্কিত স্পর্শকের মধ্যকার কোণ ($\theta = 90^\circ - \alpha$) বের করল। যে বিন্দুতে স্পর্শক পৃথিবীকে স্পর্শ করবে সে বিন্দু হল দিগন্ত। পর্যবেক্ষক যখন কোন উচ্চ পাহাড়চূড়ায় থাকবে তখন দিগন্ত তার কাছে নিচু এবং বেশি দূরে মনে হবে।

- b. Sketch the geometry of the mountain, the angle of decline of the horizon α , and the radius of the Earth. [2]
 পাহাড়, পাহাড় হতে দিগন্তের অবনতি কোণ α , পৃথিবীর ব্যাসার্ধের ছবি আঁক।
- c. Explain the method of Al-Biruni; how he measured the radius of the earth by repeating the process yourself. Calculate the height of the mountain h and measure the angle of decline of the horizon α . [2+2]

আল বিরুনী পাহাড়ের উচ্চতা h এবং দিগন্তের অবনতি কোণ α নির্ণয় করে যে পদ্ধতিতে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ নির্ণয় করেছিলেন সে পদ্ধতি নিজে করে দেখাও।

8. Kepler's Law

The person responsible for breaking us out of this very local volume and extending our reach to much larger distances was, well, two people, really. The first was Tycho Brahe, a Danish nobleman who took up astronomy in a big way. The telescope had not yet been invented, back in the late 1500s, but Tycho didn't let that stop him. He built a set of instruments which allowed him and his assistants to make very accurate measurements of stellar positions. In addition, he took meticulous notes of the data. After Tycho died soon thereafter in 1601, Kepler began to explore the rich treasure of measurements in Tycho's notebooks. He spent decades using the data to support a number of discoveries.

যে ২ জন ব্যক্তি আসলে আমাদের নিজস্ব অবকাঠামোর ভ্রম থেকে বের করে মহাবিশ্বের দুয়ারকে আরো প্রশস্ত করে দিয়েছেন। প্রথম ব্যক্তি হলেন, টাইকো ব্রাহে, একজন ড্যানিস ভদ্রলোক যিনি জ্যোতির্বিদ্যায় অনেক বেশী আগ্রহী হয়েছিলেন। ১৫০০ শতাব্দীতে তখনও টেলিস্কোপ আবিষ্কৃত হয় নি, কিন্তু তাও টাইকো থেমে থাকেন নি। তিনি কিছু যন্ত্রপাতি বানিয়েছিলেন যার মাধ্যমে তিনি এবং তার অনুচরেরা নাক্ষত্রিক অবস্থানের খুব সূক্ষ্ম মান বের করতে পারতেন। এছাড়াও তিনি অনেক নির্ভুলভাবে তার পর্যবেক্ষণের খেরোখাতা রাখারও চেষ্টা করেছিলেন। ১৬০১ সালে তার মৃত্যুর পর তার অনুচর কেপলার, সেই পর্যবেক্ষণের খেরোখাতা এবং যন্ত্রপাতি নিয়ে কাজ করা শুরু করলেন। কেপলার কয়েক দশক সেই পর্যবেক্ষণের উপাত্ত গুলো থেকে অনেকগুলো আবিষ্কার করেছিলেন।

- By conservation of energy, derive the formula for the escape velocity of an object. [2]
শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি থেকে মুক্তিবেরের সূত্র বের কর।
- Consider a satellite in an elliptical orbit around a planet, with periapsis distance a and apoapsis distance b . Derive a formula relating the total energy at a to the total energy at b . [1.5+1.5]
একটি উপগ্রহ একটি গ্রহকে উপবৃত্তাকার কক্ষপথে প্রদক্ষিণ করেছে যেখানে উপগ্রহের অনুসূর দূরত্ব a , অপসূর দূরত্ব b । এমন একটি সূত্র বের কর যে a অবস্থানের মোট শক্তির সাথে b অবস্থানে মোট শক্তির সম্পর্ক প্রকাশ করে।
- Use Kepler's 2nd law to find a formula relating v_a and v_b (Velocity at point a and b). You may approximate the areas as very thin triangles. [3]
কেপলারের ২য় সূত্রের সাহায্যে v_a এবং v_b এর সম্পর্ক সূত্র বের কর। তুমি অ্যাপ্রক্সিমিটেট করে নিতে পার যে, নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত ক্ষেত্রফল গুলো অনেক চিকন ত্রিভুজ।
- Consider the satellite at periapsis and at apoapsis. Its velocity is directed perpendicular to the line connecting it to the planet. Will this satellite, if its velocity is equal to the escape velocity, be able to escape? [3]
ধর, উপগ্রহটি ২ টি অবস্থানে থাকে অনুসূর এবং অপসূর এর জন্য বেগ, গ্রহ থেকে উপগ্রহের মধ্যবর্তী সরলরেখার স্পর্শক। এই উপগ্রহটি কি গ্রহের মহাকর্ষ থেকে বের হতে পারবে যদি বেগ মুক্তিবেরের সমান হয়?
- What is the temperature of the satellite if the satellite is at $b = 4R_{\oplus}$ but farthest from Sun overall and the planet orbiting a sunlike planet from 2 AU distance. Consider the satellite has an area of $1 m^2$ and albedo, $A_b = 0.7$. [4]
ধর উপগ্রহটি b অবস্থানে আছে। উপগ্রহটি যদি $b = 4R_{\oplus}$ দূরে থাকে এবং গ্রহটি যদি 2 AU দূরে থেকে একটা সূর্যের মত তারা কে প্রদক্ষিণ করে তাহলে সর্বোচ্চ দূরত্বে উপগ্রহটির তাপমাত্রা কত? ধর উপগ্রহের আলবিডো, $A_b = 0.7$ এবং আকার $1 m^2$ ।