

4th Bangladesh Olympiad on Astronomy and Astrophysics

First Round 2021- Set B

May 01, 2021

Instructions for the Candidate - পরীক্ষার্থীদের জন্য নির্দেশনা:

- For all questions, the process involved in arriving at the solution is more important than the answer itself. Valid assumptions / approximations are perfectly acceptable. Please write your method clearly, explicitly stating all reasoning.
প্রতিটি প্রশ্নের জন্যই উত্তরের চেয়ে সমাধানের প্রক্রিয়া বেশি গুরুত্বপূর্ণ। যুক্তিপূর্ণ অনুমান/অ্যাপ্রক্সিমেশন পুরোপুরিভাবে গ্রহণযোগ্য। সমাধানের বিশদ ও স্পষ্ট ব্যাখ্যা আমাদের প্রত্যাশিত।
- Be sure to calculate the final answer in the appropriate units asked in the question.
চূড়ান্ত উত্তর প্রশ্ন অনুযায়ী সঠিক এককে গ্রহণযোগ্য।
- Non-programmable scientific calculators are allowed.
নন প্রোগ্রামেবল সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর গ্রহণযোগ্য।
- The mark distribution is shown in the [] at the right corner for every question.
প্রতিটি প্রশ্নের শেষে [] বন্ধনীতে নম্বর বন্টন দেয়া আছে।
- The exam duration is **1 hour** and you'll have extra **15 minutes** to compile the answers and submit the PDF into the designated portal.
পরীক্ষার সময় **১ ঘন্টা**, উত্তরপত্র পিডিএফ বানানো এবং জমা দেয়ার সময়কাল **১৫ মিনিট**।

Useful Constants and Formulas

Mass of the Sun	M_{\odot}	\approx	1.989×10^{30} kg
Mass of the Earth	M_{\oplus}	\approx	5.972×10^{24} kg
Mass of the Moon	M_{C}	\approx	7.347×10^{22} kg
Radius of the Earth	R_{\oplus}	\approx	6.371×10^6 m
Radius of the Sun	R_{\odot}	\approx	6.955×10^8 m
Speed of light	c	\approx	2.99×10^8 m
Astronomical Unit(AU)	a_{\oplus}	\approx	1.496×10^{11} m
Solar Luminosity	L_{\odot}	\approx	3.826×10^{26} W
Sun's apparent magnitude	m_{\odot}	$=$	-26.74
Gravitational Constant	G	\approx	6.674×10^{-11} Nm ² kg ⁻²
1 parsec	$1 pc$	$=$	3.086×10^{16} m
Stefan's constant	σ	$=$	5.670×10^{-8} Wm ² K ⁻⁴

১. MCQ

Answer the following multiple choice questions. Each question contains 1 mark.

- a. Turja is quite good with Astronomical equation manipulation. He is trying to solve equations for star properties of two star namely A and B . Which of the following represents the correct relationship between the physical quantities (Temperature T , Flux F , Radius R , and Apparent magnitude M) below?

তুর্য মহকর্ষীয় সমীকরণের ব্যবহারে পারদর্শী। সে A ও B নামের দুটি নক্ষত্রের বৈশিষ্ট্যের সমীকরণ সমাধান করতে চাচ্ছে। নিম্নের কোন সমীকরণটি দুটি নক্ষত্রের মধ্যে সঠিক সম্পর্ক প্রদান করবে? (তাপমাত্রা T , ব্যাসার্ধ R , ফ্লাক্স F , আপাত উজ্জ্বলতার মান (ওজ্জ্বল্য) M)

i. $\frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 \times 10^{\frac{M_B - M_A}{5}}$

ii. $\frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 \times 10^{\frac{M_B - M_A}{2.5}}$

iii. $\frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 \times 10^{\frac{M_A - M_B}{2.5}}$

iv. $\frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^4 \times 10^{\frac{M_B - M_A}{5}}$

- b. Contrary to what one might expect, the latest sunrise of the year does not occur during the respective hemispheres' winter solstices. Why is this so? You may assume this location does not lie within equatorial latitudes.

বছরের সবথেকে বিলম্বিত সূর্যোদয় কোন গোলার্ধের Winter Solstice এ হয় না। কেন? মনে কর স্থানটি বিষুবরেখার আশেপাশে অবস্থিত নয়।

- i. The Earth is significantly oblate. This leads to variations in the time of sunrise due to horizon effects.

পৃথিবী অনেকটাই ডিম্বাকার। যার জন্য দিগন্তরেখা প্রভাবের কারণে সূর্যোদয়ের সময়ে হেরফের হয়।

- ii. As the Earth's orbit is elliptical, the Sun appears to drift across the night sky at different rates, over the year.

পৃথিবীর কক্ষপথ উপবৃত্তাকার হওয়ার কারণে বছরের একেকসময় সূর্য একেক হারে রাতের আকাশে নিজের জায়গা হতে সরে যাচ্ছে বলে মনে হয়।

- iii. The question statement is false. The latest sunrise of the year does in fact occur during the respective hemispheres' winter solstices.

প্রশ্নের বিবৃতি ভুল। বছরের সবথেকে বিলম্বিত সূর্যোদয় কোন গোলার্ধের Winter Solstice এই হয়।

- iv. The Sun is significantly oblate. This leads to variations in the time of sunrise as our perspective of the Sun's shape changes across time.

সূর্য ডিম্বাকার বলে সূর্যোদয়ের সময়ে হেরফের হয় কারণ সময়ের সাথে সাথে সূর্যের আকার আমাদের কাছে ভিন্ন মনে হয়।

- c. The orbital radius of Venus and Mars are 0.723 AU and 1.524 AU Assuming circular and coplanar orbits, what is the angle of maximum elongation for Venus from Mars?

শুক্রে ও মঙ্গল গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ 0.723 AU ও 1.524 AU। ধরে নাও এদের কক্ষপথ একতলীয় ও বৃত্তাকার। মঙ্গল গ্রহ থেকে দেখলে, শুক্র গ্রহের সর্বোচ্চ দ্রাঘন* (Elongation) কোণ কত? (*বাংলা সংকলন- জ্যোতির্বিজ্ঞান শব্দকোষ)

- i. 19°
- ii. 28°
- iii. 31°
- iv. 22.5°

- d. The Moon moves eastward on the sky at an angular distance of about 12 degree per day. Adib is waiting for the Ramadan crescent moon to show up to decide the starting of the month of Ramadan. The first day he checked he couldn't find the Moon. At what time the next day he expect to observe the moon compared to the evening before?

চাঁদ প্রতিদিন আকাশে পূর্ব দিকে 12 ডিগ্রী কৌণিক দূরত্ব পরিভ্রমণ করে। আদিব রমযান মাসের নতুন চাঁদের জন্য অপেক্ষা করছে আগামী দিন থেকে রমযান শুরু হচ্ছে কিনা সিদ্ধান্ত নিতে। প্রথমদিনে সে চাঁদ দেখতে পেল না। পরের দিন কোন সময়ে সে চাঁদ দেখতে পাবে বলে আশা করতে পারে আগের সন্ধ্যার তুলনায়?

- i. 48^m
- ii. 20^m
- iii. 1^h
- iv. 0.5^h

- e. A Synodic period is the time it takes for an astro-body to return to the same angular position from the Sun as seen from the Earth. The term is usually used for the Moon and the planets. Whereas, Sidereal period, the time required for a celestial body within the solar system to complete one revolution with respect to the fixed stars—i.e., as observed from some fixed point outside the system. Suppose a new superior planet is discovered and found to have a synodic period of 6.85 years. What is its sidereal period?

যুতিকাল* হচ্ছে একটি জ্যোতিষ্ক এর পৃথিবী হতে সূর্যের সাপেক্ষে একই কৌণিক অবস্থানে ফেরত আসতে প্রয়োজনীয় সময়। এটি সাধারণত চন্দ্র এবং অন্যান্য গ্রহের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়। এবং নাক্ষত্রিক কাল হচ্ছে কোনো সৌরজগতে, মহাকাশের বস্তুর কোনো এক নির্দিষ্ট নক্ষত্র (অর্থাৎ সৌরজগতের বাহ্যিক কোনো বিন্দু) এর সাপেক্ষে একবার পরিভ্রমণের (revolution) সময়। ধরো একটি সুপেরিয়র গ্রহ (পৃথিবীর কক্ষপথের বাইরে) আবিষ্কার হয়েছে যার যুতিকাল 6.85 বছর। তার নাক্ষত্রিক কাল কত?

- i. 1.17 years
- ii. 0.85 years
- iii. 0.14 years
- iv. 1.2 years

২. Stellar parameters

The star Dschubba (δ Sco) has a parallax $p = 8 \text{ mas}$ which was measured 5 years ago. Assuming it is a spherical blackbody with radius $R = 7.5R_{\odot}$ and surface temperature $T = 28,000 \text{ K}$, compute Dschubba's

অনুরাধা* (δ Sco) নামক একটি তারার লম্বন কোণ $p = 8$ মিলিআর্কসেকেন্ড, যা মাপা হয়েছিল ৫ বছর আগে। ধরো তারাটি যদি একটি গোলাকার কৃষ্ণবস্তু হয় যার ব্যাসার্ধ $R = 7.5R_{\odot}$ এবং পৃষ্ঠদেশের তাপমাত্রা $T = 28,000 \text{ K}$ তাহলে তারার নিচের বৈশিষ্ট্যগুলো নির্ণয় করো: (*বাংলা নাম সংকলন - তারা পরিচিতি)

- Peak wavelength λ_{max} at which the star radiates the most; Luminosity in W, and L_{\odot} ; [2]
যে শীর্ষ তরঙ্গদৈর্ঘ্যে তারাটি বিকিরণ করে এবং W, and L_{\odot} এককে তারার ক্ষমতা।
- Apparent magnitude, Absolute magnitude, and Distance Modulus; [3]
আপাত ওজ্জ্বল্য, পরম ওজ্জ্বল্য এবং দূরত্বের পরমমান।
- If we get Δf more brightness from the Star with $\Delta f \ll f$. What is the difference between past and present magnitudes? [2]
আমরা যদি তারার থেকে Δf পরিমাণ বেশি উজ্জ্বলতা পাই যেখানে $\Delta f \ll f$ তাহলে তারার আগের এবং বর্তমান ওজ্জ্বল্যের পার্থক্য কত?

Suppose Dschubba has a blueshift of $z = 0.84$ and is being propelled by an unknown body towards Earth at a constant velocity. Given that Dschubba remains in Main Sequence throughout this five year period,

ধরো, অনুরাধা তারাটি আমাদের থেকে ব্লু-শিফটেড হচ্ছে $z = 0.84$ মানে পৃথিবীর দিকে সমবেগে ছুটে আসছে, কোনো একটা অজানা কারণে। এই ব্যাপ্তিকালে তারাটি প্রধান ধারায় ছিল।

- Find the change in apparent magnitude in the five year period. [4]
৫ বছরে তারার আপাত ওজ্জ্বল্য কত হবে?

৩. Long Night in Winterfell

Somewhere in beyond the wall on a random summer's solstice day, Jon Snow noted that the highest altitude of the Sun from the horizon is 40° .

নর্থেৰ "ওয়াল" এৰ ঐপাশে এক জায়গায় কোন এক উত্তরায়ণের সময়ে John Snow খেয়াল করল দিগন্তের উপর সূর্যের সর্বোচ্চ উচ্চতা 40° ।

a. What is the latitude of that place? [1]
ওই স্থানের অক্ষাংশ (latitude) কত?

b. What is the lowest altitude of the Sun on that day? [2]
ওই দিনে দিগন্তের উপর সূর্যের সর্বনিম্ন উচ্চতা কত?

c. Suppose Jon is beyond the wall, it has been N days since 1st January. So we can find the declination of the sun with following equation,
মনে কর Jon 'beyond the wall' এ অবস্থান করছে এবং ১লা জানুয়ারি হতে N দিন অতিবাহিত হয়েছে। আমরা সূর্যের declination নিম্নোক্তভাবে নির্ণয় করতে পারি

$$\sin \delta_{\odot} = 0.39795 \cdot \cos[0.98563 \cdot (N-173)]$$

What will be the highest altitude of the Sun on 1st August? [2]
১লা আগস্টে সূর্যের আকাশে সর্বোচ্চ উচ্চতা কত হবে?

d. Approximately, in how many days of the year the Sun will not rise in the place where Jon is doing his observation? Ignore atmospheric refraction. [3]
Jon Snow যে স্থান থেকে তার পর্যবেক্ষণ চালাচ্ছে সে স্থানে আনুমানিকভাবে কত দিন পর সূর্যোদয় হবে না? বায়ুমণ্ডলের প্রতিসরণ উপেক্ষা কর।

8. Binary Stars

If you have ever watched Star Wars series you may have heard about a planet called **Tatooine**, which has two parent stars! The configuration is called Cirumbinary planets. In this problem we'll first explore the binary star system itself. It is estimated that **Tatooine** must have a minimum stable star-to-circumbinary-planet separation about 3 times the binary star separation.

তুমি যদি Star Wars দেখে থাক তাহলে নিশ্চয়ই **Tatooine** গ্রহের নাম শুনেছ, যার রয়েছে দুইটি মাতৃ তারা (parent star)। এই কনফিগারেশন কে বলে Cirumbinary গ্রহ*। এই সমস্যাটিতে প্রথমে আমরা বাইনারি তারা (জোড়াতারা) নিয়ে অনুসন্ধান করবো। অনুমান করা হচ্ছে যে এই সিস্টেমের একটি ন্যূনতম স্থিতিশীল star-to-circumbinary ব্যবধান রয়েছে যা বাইনারি তারার মধ্যে দূরত্বের ৩ গুন।



Suppose that two stars have masses M_1 and M_2 are in circular orbits around their center of mass. The star with mass M_1 has an orbit radius R_1 and the star with mass M_2 has an orbit radius R_2 .

মনে করো, M_1 ও M_2 ভরের দুইটি তারা তাদের ভরকেন্দ্রের সাপেক্ষে বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরছে। এদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R_1 ও R_2

a. Prove that $R_1/R_2 = M_2/M_1$. [1]
 প্রমাণ করো যে, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{M_2}{M_1}$

b. Explain why the two stars have the same time period, and find the expression for time period in terms of R_1, R_2, M_1 and M_2 . [2]
 দুইটি তারার-ই পর্যায় কাল সমান কেন ব্যাখ্যা করো এবং R_1, R_2, M_1 ও M_2 এর সাপেক্ষে প্রকাশ করো।

c. Find the total mass of the components of the binary system in terms of Angular size as seen from the planet α_1, α_2 and time period. T . [3]
 জোড়াতারা ব্যবস্থার ২টি সদস্যের মোট ভরকে কৌণিক আকার (গ্রহ থেকে) α_1, α_2 এবং পর্যায়কালের T সাপেক্ষে প্রকাশ করো।

d. How much energy will be required to separate the two stars to infinity? [2]
 তারা দুটি কে পরস্পরের থেকে সরিয়ে অসীমে নিতে কত শক্তি লাগবে?

e. Luke Skywalker has decided that he wants to convert this desert planet to lush greenish planet. For this he needs to decrease the planetary temperature by $\Delta T = 10^\circ \text{C}$. How much far away does the planet has to be to achieve this? Express the new distance of the planet from the center of mass of the binary system in terms of its current distance and it's current temperature. [4]

Luke Skywalker সিদ্ধান্ত নিলেন এই মরু গ্রহটিকে সবুজ গ্রহে পরিণত করবেন, এজন্য গ্রহের তাপমাত্রা $\Delta T = 10^\circ \text{C}$ কমাতে হবে। এই লক্ষ্যে গ্রহটিকে আরো কতো দূরে সরাতে হবে? এই নতুন দূরত্বকে (বাইনারী সিস্টেমের ভরকেন্দ্র থেকে) বর্তমান দূরত্ব এবং তাপমাত্রার সাহায্যে প্রকাশ কর।

*Fun fact: ২ টি তারা এবং গ্রহ নিয়ে অনেক ধরনের কক্ষপথের বিন্যাস হতে পারে। জ্যোতির্বিজ্ঞানে প্রধানত ২ ধরনের বিন্যাস নিয়ে কাজ করা হয়- S type এবং P type। Tatooine একটি P type বিন্যাসে আবর্তন করছে।

