2023 BDOAA

Bangladesh Olympiad on Astronomy and Astrophysics

National Round 2023

March 10, 2023

Instructions for the Candidate – পরীক্ষার্থীদের জন্য নির্দেশনা:

- For all questions, the process involved in arriving at the solution is more important than the answer itself. Valid assumptions / approximations are perfectly acceptable. Please write your method clearly, explicitly stating all reasoning.
  প্রতিটি প্রশ্নের জন্যই উত্তরের চেয়ে সমাধানের প্রক্রিয়া বেশি গুরুত্বপূর্ণ। যুক্তিপূর্ণ অনুমান/অ্যাপ্রক্সিমেশন পুরোপুরিভাবে গ্রহণযোগ্য। সমাধানের বিশদ ও স্পষ্ট ব্যাখ্যা আমাদের প্রত্যাশিত।
- Be sure to calculate the final answer in the appropriate units asked in the question.
  প্রতিটি প্রশ্নের চূড়ান্ত উত্তর সঠিক এককে প্রকাশ কর।
- Non-programmable scientific calculators are allowed.
  নন প্রোগ্রামেবল সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর গ্রহণযোগ্য।
- The mark distribution is shown in the [ ] at the right corner for every question.
  প্রতিটি প্রশ্নের শেষে [ ] বন্ধনীতে নম্বর বন্টন দেয়া আছে।
- The exam duration is **2 houra**.
  পরীক্ষার সময় ২ ঘন্টা।

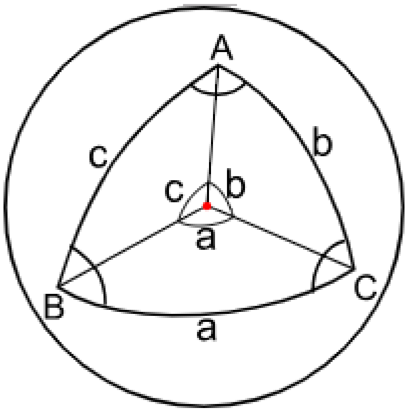
নাম (বাংলায়):	রেজিস্ট্রেশন নং:
নাম (In English):	
শ্রেণি (২০২৩ সাল):	
প্রতিষ্ঠান:	মোবাইল নং:

Constants and Formulas

সারণী ১: **Useful Constants and Formulas**

Mass of the Sun	$M_\odot$	$\approx$	1.989×10^{30} kg
Mass of the Earth	$M_\oplus$	$\approx$	5.972×10^{24} kg
Mass of the Moon	$M_☾$	$\approx$	7.347×10^{22} kg
Radius of the Earth	$R_\oplus$	$\approx$	6.371×10^{6} m
Radius of the Sun	$R_\odot$	$\approx$	6.955×10^{8} m
Radius of the Moon	$R_☾$	$=$	1737 km
Distance from the Earth to the Moon	$r_{☾-\oplus}$	$=$	384400 km
Speed of light	c	$\approx$	3×10^{8} m/s
Synodic period of Moon rotation		$\approx$	29.5 days
Astronomical Unit (AU)	$a_\oplus$	$\approx$	1.496×10^{11} m
Solar Luminosity	$L_\odot$	$\approx$	3.826×10^{26} W
Solar Constant	$S_\odot$	$\approx$	$1367\ \mathrm{W/m^2}$
Gravitational Constant	G	$\approx$	$6.674 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$
1 parsec	$1\,pc$	$=$	3.086×10^{16} m
Stefan's constant	σ	$=$	$5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{Wm^2K^{-4}}$
Boltzmann's Constant	k_B	$=$	$1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{JK^{-1}}$
Reduced Planck's Constant	$\hbar$	$=$	1.05×10^{-34} Js
Moment of Inertia for sphere	I	$=$	$\frac{2}{5}MR^2$

Cosine rule for spherical triangle:



$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C)$$

১. Phases of Moon and Mercury [5]

On a certain day, Oyon was observing the night sky. He was amused to see that the Moon is occulting the planet mercury which is a rare celestial occurrence. একদিন অয়ন তার আকাশ পর্যবেক্ষণ করছিল। সে বিনোদিত হয়ে দেখল যে চাঁদ বুধ গ্রহকে ঢেকে ফেলছে যা একটি বিরল ঘটনা। (Occutlation গ্রহণের একটি বিশেষ অবস্থা যখন অনেক বড় বস্তু ছোট কোনো কিছুকে আবৃত করে।)

Suppose, at this time the phase of the moon (the ratio of the area of the illuminated part of the disk to the total area) is maximum for any position of the moon in conjunction with Mercury. The orbits of Mercury and the Moon are considered circular and located in the plane of the ecliptic, the radius of Mercury's orbit is 0.4 AU.

চাঁদ যখন বুধের সাথে আকাশে একই সরলরেখায় থাকে, তাকে conjunction বলে। আর পৃথিবী থেকে দেখতে পাওয়া চাঁদের ডিস্কের সম্পূর্ণ অংশের যে পরিমাণ আলোকিত হয়ে থাকে, তাকে চাঁদের কলা বলে। চাঁদের যেকোন অবস্থানে যতরকম conjunction হতে পারে, তার মধ্যে অয়নের দেখা এই occulation এর সময় চাঁদের কলার মান ছিল সর্বোচ্চ। আমরা ধরে নিতে পারি, চাঁদ এবং বুধ উভয়ের কক্ষপথই বৃত্তাকার এবং সৌরতলে অবস্থিত এবং বুধের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ 0.4 জ্যোতির্বিদ্যা একক।

a. Draw the geometry of the scenario. What is the elongation angle of mercury (the angle created by the sun and mercury as seen from earth)? [2]
   উক্ত মহাজাগতিক অবস্থার একটি চিত্র আঁক (চিত্রে পৃথিবী, চাঁদ এবং বুধের কক্ষপথের সাপেক্ষে একে অপরের অবস্থান থাকবে।)। এই সময়ে বুধের দ্রাঘন কোণ কত (পৃথিবী থেকে দেখলে সূর্য এবং বুধের মধ্যেকার কোণ।)?

b. Calculate the phase of the mercury and the phase of the moon at this position. [3]
   এই অবস্থানে চাঁদের এবং বুধের কলা কোণ কত হবে?

২. Dimensions of Blackhole [14]

We will venture into the mysterious realm of quantum gravity, and use dimensional analysis to learn about black holes. Here, all of the fundamental constants will be involved. First, we can define it a little more formally, "*A black hole is a region of spacetime that traps light. The boundary of this region is called the event horizon.*" For the purpose of this problem, the radius of the black hole means the radius around the black hole from where no light can escape.
আমরা এখন কোয়ান্টাম মহাকর্ষের এক রহস্যময় জগতে প্রবেশ করব এবং মাত্রা বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্ল্যাকহোল সম্পর্কে জানার চেষ্টা করব। এখানে সব মৌলিক ধ্রুবকগুলো জড়িত আছে। প্রথমে আমরা আরেকটু ভালোভাবে সংজ্ঞায়িত করি, "*ব্ল্যাকহোল স্পেসটাইমের এমন এক জায়গা যা আলোকে ধরে ফেলে যার সীমানাকে বলে ঘটনা দিগন্ত।*" এই সমস্যার জন্যে ব্ল্যাকহোলের ব্যাসার্ধ বলতে আমরা ধরে নিব এমন ব্যাসার্ধ যার সীমানায় আলো-ও বের হয়ে যেতে পারে না।

For reference on how Dimensional Analysis work we'll show how this works for gravitational constant G. First, the dimensions of the two sides of the equation must match. We know that,

$$G = \frac{F \cdot R^2}{M \cdot m}$$

$$[G] = \frac{[F][R]^2}{[M][m]} = \frac{(ML/T^2)L^2}{M^2} = \frac{L^3}{MT^2}$$

a. Express the radius of a black hole, i.e. light-trapping region, in terms of its mass, m, the gravitational constant, G, and the speed of light, c using only dimensional analysis.
মাত্রা বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্ল্যাকহোলের ব্যাসার্ধ (বা আলো ধরে ফেলার সীমানা) বের কর তার ভর, মহাকর্ষ ধ্রুবক এবং আলোর বেগের সাহায্যে। (Hint: Find the combination of these parameters which will have the same dimension (and SI unit) as the dimension (and SI unit) of radius. রাশিগুলোর মধ্যে এমন এক সম্পর্ক স্থাপন কর যাদের মাত্রা এবং ব্যাসার্ধের মাত্রা একই হবে (একই এস.আই একক)) [2]

b. Using the equation you derived, find the radius of a black hole with a mass of 2×10^{31} kg. [1]
তুমি যে সমীকরণ বের করেছো তা দিয়ে 2×10^{31} kg ভরের একটি ব্ল্যাকহোলের ব্যাসার্ধ বের কর।

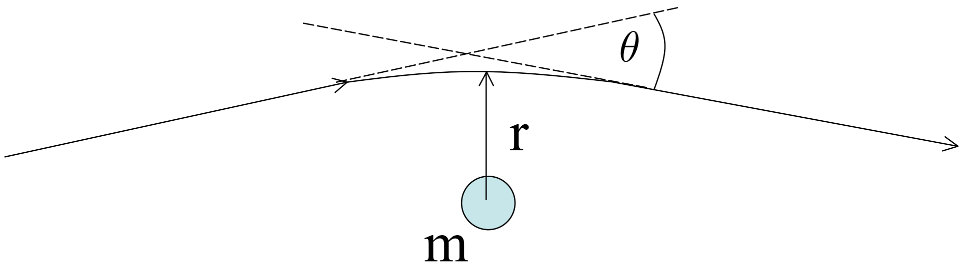
c. The actual size of a black hole with a mass of 2×10^{31} kg is nearly 29.7 km. If this is different from the answer you found in (b), suggest a reason why. [1]
2×10^{31} kg ভরের একটি ব্ল্যাকহোলের আসল ব্যাসার্ধ হওয়া উচিত প্রায় 29.7 km। যদি এই মান তোমার (b) তে বের করা মানের চেয়ে আলাদা হয় তাহলে এর কারণ কি?

In a section of Black Holes Ain't So Black (Chapter 7, pp. 109-110), Hawking writes the following: ব্ল্যাকহোল আসলে কালো নয়- অধ্যায়ের একটি অংশে স্টিফেন হকিং লিখেছেন:
"*(...) a black hole ought to emit particles and radiation as if it were a hot body with a temperature that depends only on the black hole's mass (...)*"
At this point, hawking goes on to explain in detail the quantum properties of black holes, as well as concept of hawking temperature. The British physicist's explanations end with the following words: এখানে, হকিং ব্ল্যাকহোলের কোয়ান্টাম বৈশিষ্ট্য এবং হকিং তাপমাত্রা সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করেন। ব্রিটিশ পদার্থবিজ্ঞানী তার আলোচনা শেষ করেন এই উক্তি দিয়ে:
"*(...) A flow of negative energy into the black hole, therefore, reduces its mass (...) Moreover, the lower the mass of the black hole, the higher its temperature.*"

d. From the above excerpts, what are the physical properties of a black hole that affect its Hawking temperature? Using dimensional analysis, express the Temperature of black holes in terms of these properties and necessary gravitational and thermonuclear constants $(G, k_B, \hbar, c)$. [3]
উদ্দীপকের আলোকে, ব্ল্যাকহোলের কোন কোন স্বকীয় বৈশিষ্ট্য তার তাপমাত্রাকে প্রভাবিত করে? মাত্রা সমীকরণের মাধ্যমে, ব্ল্যাকহোলের তাপমাত্রাকে মহাকর্ষ এবং তাপ-নিউক্লীয় ধ্রুবকের সাহায্যে প্রকাশ কর $(G, k_B, \hbar, c)$।

The deflection of light by a gravitational field was first predicted by Einstein in 1912, a few years before the publication of General Relativity in 1916. A massive object like Blackhole that causes a light deflection behaves like a classical lens. This prediction was confirmed by Sir Arthur Stanley Eddington in 1919.
একটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের দ্বারা আলোর বিচ্যুতি প্রথম 1912 সালে আইনস্টাইন ধারণা করেছিলেন, 1916 সালে সাধারণ আপেক্ষিকতা প্রকাশের কয়েক বছর আগেই। ব্ল্যাকহোলের মতো একটি বিশাল বস্তু যা আলোর বিচ্যুতি ঘটায় তা একটি সাধারণ লেন্সের মতো আচরণ করে। পরবর্তীতে ১৯১৯ সালে স্যার আর্থার স্ট্যানলি এডিংটন এই ধারণাটি নিশ্চিত করেছিলেন।

We'll now use dimensional analysis to determine the form of the equation describing the deflection angle due to gravity for a light ray passing by a black hole (or other objects) of mass m. First, let's define the angle θ as the angle between the directions of the ray of light when it is asymptotically far from the black hole (coming towards the black hole and going away from the black hole), as shown in Fig ১.
m ভরের একটি ব্ল্যাক হোল (বা অন্য মহাজাগতিক বস্তুর) পাশ দিয়ে যাওয়া আলোক রশ্মির জন্য অভিকর্ষের কারণে বিচ্যুতি কোণ বর্ণনা করে সমীকরণের রূপ নির্ধারণ করতে আমরা এখন মাত্রা বিশ্লেষণ ব্যবহার করব। প্রথমত, আলোর রশ্মির দিকনির্দেশের মধ্যে কোণ θ কে সংজ্ঞায়িত করা যাক– এটি ব্ল্যাকহোলের দিকে আসা এবং ব্ল্যাকহোল থেকে দূরে চলে যাওয়া আলোক রশ্মির মধ্যবর্তী কোণ যা নিম্ন চিত্রে ১ দেখানো হয়েছে



চিত্র ১: Deflection of light by a black hole

Note that when angles appear in an equation, they should always be expressed in radians. An angle expressed in radians is dimensionless. Therefore, the deflection angle θ is dimensionless.
লক্ষ্য কর যে, যখন কোণগুলি একটি সমীকরণে উপস্থিত হয়, তখন সেগুলোকে সর্বদা রেডিয়ানে প্রকাশ করা উচিত। রেডিয়ানে প্রকাশিত একটি কোণ মাত্রাহীন। অতএব, বিচ্যুতি কোণ θ মাত্রাহীন।

e. On which physical variables might the deflection angle depend? Express the deflection angle in terms of those variables. [4]
কোন কোন ভৌত ভেরিয়েবলের উপর বিচ্যুতি কোণ নির্ভর করতে পারে? ঐ ভেরিয়েবলের (এবং প্রয়োজনীয় ধ্রুবকের) আলোকে এই কোণের সমীকরণকে প্রকাশ কর।

f. Using general relativity, we can estimate that the proportionality constant for the expression of deflecting angle is $k = 4$. If a photon passes by a black hole of a mass of $10^6 M_\odot$, calculate the numerical value of the deflection angle if the closest distance of the light ray from the black hole is
সাধারণ আপেক্ষিকতা ব্যবহার করে, আমরা অনুমান করতে পারি যে বিচ্যুতি কোণের প্রকাশের জন্য সমানুপাতিক ধ্রুবক হল $k = 4$। যদি একটি ফোটন $10^6 M_\odot$ ভরের একটি ব্ল্যাক হোলের পাশ দিয়ে নিম্নবর্তী দূরত্ব বজায় রেখে যায়, তাহলে এর বিচ্যুত কোণের মান নির্ণয় কর:

- ☐ $r = 2$ radius of the black hole, as derived in (a)
- ☐ $r = 10\times$ radius of the black hole
- ☐ $r = 100\times$ radius of the black hole

Use the Schwarzschild radius if you did not solve (a). Now explain the physical interpretation of these values. Does our equation still hold for light passing near the black hole radius? [3]
তুমি (a) সমাধান করতে না পারলে Schwarzschild ব্যাসার্ধ ব্যবহার করতে পারো। এই মাণগুলো থেকে আমরা কি বুঝতে পারি? ব্ল্যাকহোলের কতটা কাছাকাছি দিয়ে যাওয়া আলোর জন্য আমাদের সমীকরণ সঠিক?

৩. Rotation Rate of a Pulsar [20]

A Pulsar is a Neutron-Star with a very high rotation rate. But how fast can a neutron star rotate before it breaks up due to its own centrifugal forces? We assume the pulsars to be spheres of uniform density, which are gravitationally bound. একটি পালসার হল একটি নিউট্রন-তারা যার ঘূর্ণন হার খুবই বেশি। একটি নিউট্রন তারা তার নিজস্ব কেন্দ্রমুখী শক্তির কারণে ভেঙে যাওয়ার আগে কত দ্রুত ঘুরতে পারে? আমরা অনুমান করি যে পালসারগুলি অভিন্ন ঘনত্বের গোলক, যা মহাকর্ষীয়ভাবে আবদ্ধ।

a. Find an expression for the minimum rotation period, P_{min}, of a pulsar as a function of its mass, M, and radius, R, before it breaks up. [2]
পালসারটি ভেঙে যাওয়ার আগে ন্যূনতম ঘূর্ণন সময়ের P_{min} জন্য একটি সম্পর্ক বের কর। এটি পালসারের ভরের M, এবং ব্যাসার্ধ R এর একটি ফাংশন হবে।

b. Evaluate P_{min} for a typical pulsar with $M = 1.4M_{\odot}$ and $R = 10\ km$. [1]
একটি সাধারণ পালসার যার ভর $M = 1.4M_{\odot}$ এবং ব্যাসার্ধ $R = 10\ km$ হলে P_{min} কত হবে?

c. Millisecond pulsars are those that have rotation periods on the order of a millisecond. The fastest rotating millisecond pulsar rotates about 716 times per second. What limit does this put on its density? [3]
মিলিসেকেন্ড পালসার হল যেগুলির ঘূর্ণন সময়কাল মিলিসেকেন্ডের ক্রম অনুসারে থাকে। দ্রুততম-ঘূর্ণায়মান মিলিসেকেন্ডের পালসারটি প্রতি সেকেন্ডে প্রায় 716 বার ঘোরে। এটি তার ঘনত্বের উপর কি সীমা নির্ধারন করে দেয়?

A pulsar is formed from a massive progenitor star which typically has a magnetic field of $0.1T$ with an average density of $0.1\ kg/m^3$. Such a star loses about 90% of its mass toward the end of its life. The remnant mass forms a pulsar of the kind described above. একটি পালসার একটি বিশাল আদি নক্ষত্র থেকে গঠিত হয় যার সাধারণত $0.1T$ এর চৌম্বক ক্ষেত্র থাকে এবং যার গড় ঘনত্ব $0.1\ kg/m^3$। এই ধরনের একটি তারা তার জীবনের শেষের দিকে তার ভরের প্রায় 90% হারায়। অবশিষ্ট ভর উপরে বর্ণিত ধরণের একটি পালসার গঠন করে।

d. Assuming that the magnetic flux is conserved during the formation of a pulsar, find the typical magnetic field at the surface of the pulsar. For the pulsar $M = 1.4M_{\odot}$ and $R = 10\ km$. [4]
পালসার গঠনের সময় চৌম্বকীয় প্রবাহ সংরক্ষিত থাকলে, পালসারের পৃষ্ঠে সাধারণ চৌম্বক ক্ষেত্র কত বের কর। পালসারের জন্য $M = 1.4M_{\odot}$ এবং $R = 10\ km$।

The Crab Nebula has a total luminosity of $\sim 5 \times 10^{31}$ J/sec. This nebula is powered by a centrally located pulsar which is now rotating with a period of 0.033 seconds. The pulsar is observed to be slowing down, i.e., the period is increasing at a rate of 36 nanoseconds per day. The corresponding decrease in its supply of stored rotational kinetic energy is used to inject power into the Crab Nebula. Assume a mass and radius for the pulsar of $1.4M_{\odot}$ and $10\ km$, respectively.
ক্র্যাব নেবুলার মোট দীপ্তি $\sim 5 \times 10^{31}$ J/sec। এই নীহারিকাটি একটি কেন্দ্রে অবস্থিত পালসার দ্বারা চালিত যা এখন 0.033 সেকেন্ডে একবার ঘুরছে। পালসারটির ঘূর্ণনগতি ধীরে ধীরে কমে আসছে এবং ঘূর্ণনের সময়কাল প্রতিদিন 36 ন্যানোসেকেন্ড হারে বৃদ্ধি পাচ্ছে। এর ফলে ঘূর্ণন গতিশক্তি কমে গিয়ে, সেই শক্তি ক্র্যাব নীহারিকার দীপ্তি হিসেবে বের হয়ে যাচ্ছে। ধরে নাও $1.4M_{\odot}$ এবং $10\ km$ যথাক্রমে পালসারের ভর এবং ব্যাসার্ধ।

e. Write down an expression for the rotational kinetic energy in terms of M, R & P of the pulsar. [2]
পালসারের M, R এবং P এর পরিপ্রেক্ষিতে ঘূর্ণন গতিশক্তির জন্য একটি সমীকরণ বের কর।

f. Compute how much energy is stored in the Crab pulsar in the form of rotational kinetic energy. [1]
ক্র্যাব পালসারে ঘূর্ণন গতিশক্তির আকারে কত শক্তি সঞ্চিত আছে তা বের কর।

We define E as the rotational kinetic energy, $\dot{E}$ as the rate of change of this energy with time, and $\dot{P}$ as the rate of change of the Pulsar's period with time. You may note that if $E \propto P^n$ then $\dot{E}/E = n\dot{P}/P$
আমরা E কে ঘূর্ণন গতিশক্তি হিসাবে, $\dot{E}$ কে সময়ের সাথে এই শক্তির পরিবর্তনের হার হিসাবে এবং $\dot{P}$ কে সময়ের সাথে পালসারের সময়কালের পরিবর্তনের হার হিসাবে সংজ্ঞায়িত করি। তুমি মনে রাখবে যে যদি $E \propto P^n$ তাহলে $\dot{E}/E = n\dot{P}/P$

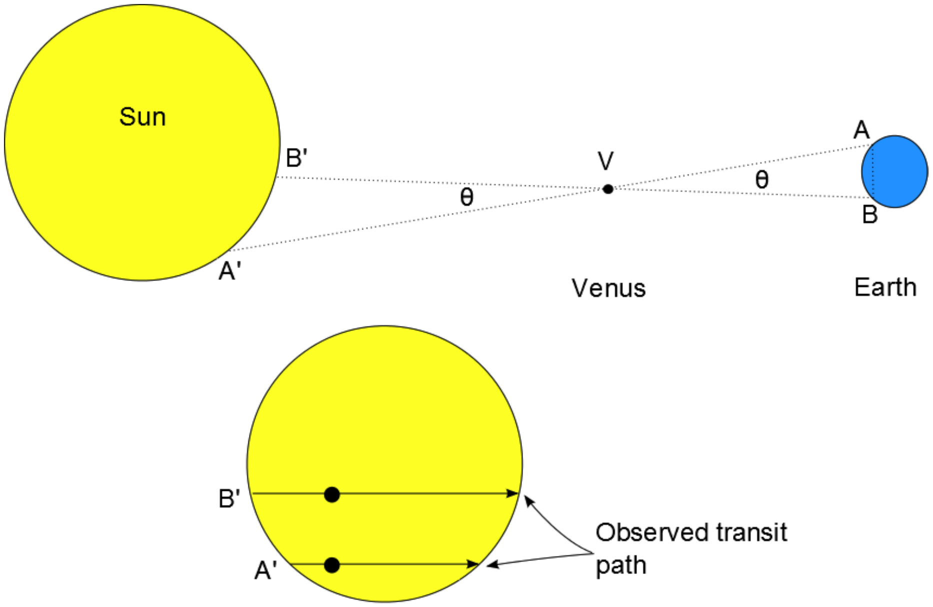
g. Using your answer in part (e), find a general expression for the rate at which rotational kinetic energy is lost as the period of the pulsar increases (i.e., as the rotation rate of the pulsar decreases). Express your answer in terms of R, M, P, and $\dot{P}$. [2]
প্রশ্ন (e)-তে প্রাপ্ত তোমার উত্তর ব্যবহার করে, পালসারের সময়কাল বৃদ্ধির সাথে সাথে যে হারে ঘূর্ণন গতিশক্তি হারিয়ে যায় তার জন্য একটি সাধারণ সম্পর্ক বের কর (অর্থাৎ, পালসারের ঘূর্ণনশক্তির হার কমে যাওয়ায়)। R, M, P, এবং $\dot{P}$ এর পরিপ্রেক্ষিতে তোমার উত্তর প্রকাশ কর।

h. Evaluate the value of the rotational energy lost rate for the Crab pulsar. Compare this to the power output of the entire Crab Nebula. [2]
ক্র্যাব পালসারের জন্য ঘূর্ণন শক্তি হারানোর হারের মান মূল্যায়ন কর। সমগ্র ক্র্যাব নেবুলার শক্তি বিকিরণের সাথে এটি তুলনা কর।

i. Make a rough estimate of the age of the Crab pulsar and hence that of the nebula using information from previous answers. Compute the actual age from the fact that the supernova that led to the formation of the pulsar was observed by the Chinese in the year 1054 A.D. If there is any discrepancy, what are the possible reasons for this? [3]
পূর্ববর্তী উত্তরগুলি থেকে তথ্য ব্যবহার করে ক্র্যাব পালসার এবং তার নীহারিকাটির বয়স সম্পর্কে একটি মোটামুটি অনুমান কর। 1054 খ্রিস্টাব্দে চীনারা যে সুপারনোভা পর্যবেক্ষণ করেছিল তার থেকে যে পালসারের জন্ম হয়েছিল তার প্রকৃত বয়স গণনা কর। যদি কোনো অমিল থাকে, তাহলে এর সম্ভাব্য কারণগুলো কী?

8. Measuring the Astronomical Unit with the Venus Transit [8]

After Kepler published his third law in 1619, the distances between the planets in the Solar System were all known relative to the distance between the Earth and the Sun (1 Astronomical Unit). A measurement of one of these distances was therefore enough to determine the physical length of 1 Astronomical Unit (AU).
1619 সালে কেপলার তার তৃতীয় সূত্র প্রকাশ করার পরে, সৌরজগতের যেকোন দুইটি গ্রহের মধ্যে দূরত্বের (1 জ্যোতির্বিদ্যা একক) জ্যোতির্বিদ্যা ইউনিটে মাপা সম্ভব হয়েছিল। এই দুরত্বগুলোর একটির পরিমাপ তাই 1 জ্যোতির্বিদ্যা একক (AU) এর ভৌত দৈর্ঘ্য নির্ধারণের জন্য যথেষ্ট ছিল।
One of the first measurements was conducted by making use of the Venus transit in 1761, as proposed by British astronomer Edmund Halley. The aim of this problem is to follow the main steps in his derivation and to obtain our own estimate of the AU.
ব্রিটিশ জ্যোতির্বিদ এডমন্ড হ্যালির প্রস্তাব অনুসারে 1761 সালে শুক্র গ্রহের ট্রানজিট ব্যবহার করে প্রথম পরিমাপগুলির মধ্যে একটি পরিচালিত হয়েছিল। এই সমস্যার লক্ষ্য হল তার পরীক্ষণের প্রধান পদক্ষেপগুলি অনুসরণ করা এবং AU এর আমাদের নিজস্ব অনুমান পাওয়া।



চিত্র ২: Geometry of Sun, Earth, and Venus system

As shown in Fig-২ the transit of Venus will be observed at slightly different positions when viewed from different points on Earth. Knowing the parallax of Venus θ_V and the distance between observers A and B the Earth-Venus distance can be calculated, and therefore all distances between the planets in the Solar System. Halley proposed to infer θ_V by timing the duration of the Venus transit at two different locations on Earth A and B.
চিত্র-২-এ যেমন দেখানো হয়েছে পৃথিবীর বিভিন্ন বিন্দু থেকে দেখা হলে শুক্রের ট্রানজিট কিছুটা ভিন্ন অবস্থানে পরিলক্ষিত হবে। শুক্রের প্যারালাক্স θ_V এবং পর্যবেক্ষক A এবং B এর মধ্যে দূরত্ব জেনে পৃথিবী-শুক্র দূরত্ব গণনা করা যেতে পারে, এবং তাই সৌরজগতের গ্রহগুলির মধ্যে সমস্ত দূরত্বও বের করা সম্ভব। হ্যালি পৃথিবীর দুটি ভিন্ন স্থানে শুক্র ট্রানজিটের সময়সীমা A এবং B দ্বারা θ_V অনুমান করার প্রস্তাব করেছিলেন।

In order to estimate the AU, we will use data from 2004's Venus transit observed in Cairo (A) and Durban (B).
AU অনুমান করার জন্য, আমরা কায়রো (A) এবং ডারবান (B) এ পর্যবেক্ষণ করা 2004 এর শুক্র ট্রানজিট থেকে ডেটা ব্যবহার করব।

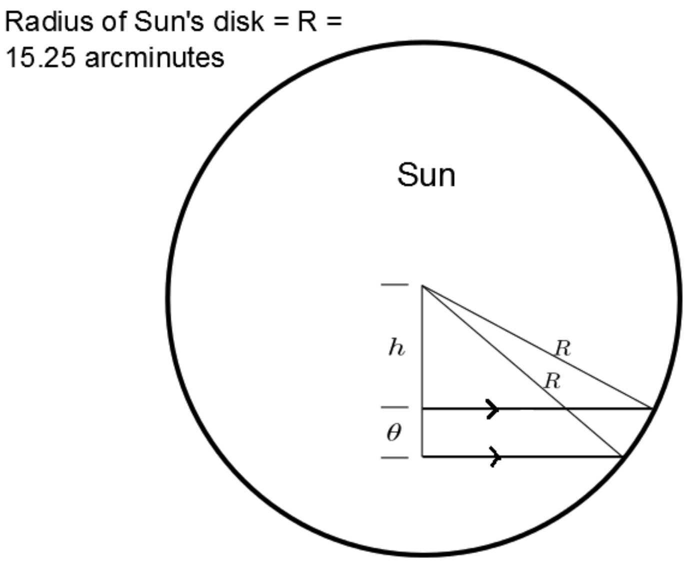
To solve this problem, we will make the following assumptions
এই সমস্যাটি সমাধান করার জন্য, আমরা নিম্নলিখিত অনুমানগুলি করব:

০. The rotation of the earth is negligible for the time of venus transit. পৃথিবীর ঘূর্ণন শুক্র ট্রানজিটের সময়ের জন্য নগণ্য।

০. The Venus transit happens when Venus is below the Earth-Sun plane.
যখন শুক্র গ্রহের ট্রানজিট ঘটে তখন শুক্র পৃথিবী-সূর্য সমতলের নীচে থাকে।

Location	Start of transit	End of transit
Cairo (A)	5:39:09	11:04:35
Durban (B)	5:35:52	11:10:07

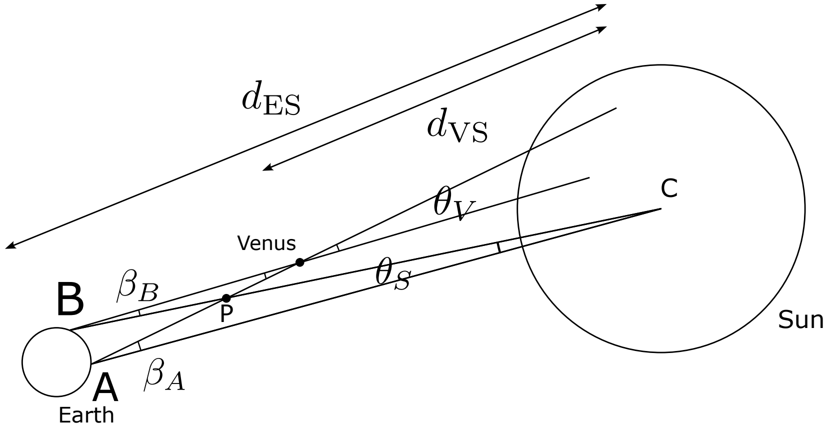
সারণী ২:



চিত্র ৩: Geometry of Venus transit.

a. How long do the transits last in Cairo, T_A, and in Durban, T_B? [1]
কায়রো, T_A এবং ডারবানে, T_B-এ ট্রানজিট কতক্ষণ স্থায়ী হয়?

b. Assuming small angles determine the angular separation between the two Venus transits θ using Fig-৩ and Table 2. The angular size of the Sun's disk is given by $R = 15.25$ arcmin and the angular velocity of Venus is $d_V = 0.0669$ arcsec/sec. [2]
চিত্র-৩ এবং টেবিল-২ ব্যবহার করে দুই অবস্থান থেকে দেখা শুক্রের ট্রানজিটের মধ্যে কৌণিক দুরত্ব θ বের কর। সূর্যের ডিস্কের কৌণিক ব্যাসার্ধ $R = 15.25$ arcmin এবং শুক্রের কৌণিক বেগ $d_V = 0.0669$ arcsec/sec।



চিত্র ৪: Effect of Solar parallax on measurement of Venus transit

c. Using the angle θ calculated in the previous problem, determine the parallax of Venus θ_V as a function of the parallax of the Sun θ_S using Fig ৪. [2]
পূর্ববর্তী সমস্যায় গণনা করা θ কোণ এবং চিত্র ৪ ব্যবহার করে সূর্যের প্যারালাক্স θ_S এর একটি ফাংশন হিসাবে শুক্রের প্যারালাক্স কোণ θ_V বের কর। Hint: Relate the angle θ to the two angles β_A and β_B.

d. Assuming that the distance between the two positions A and B is $d_{AB} = 5840$ km and using Kepler's third law
ধরে নেওয়া যাক যে A এবং B দুটি অবস্থানের মধ্যে দূরত্ব হল $d_{AB} = 5840$ km এবং কেপলারের তৃতীয় সূত্র ব্যবহার করে

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{const.}$$

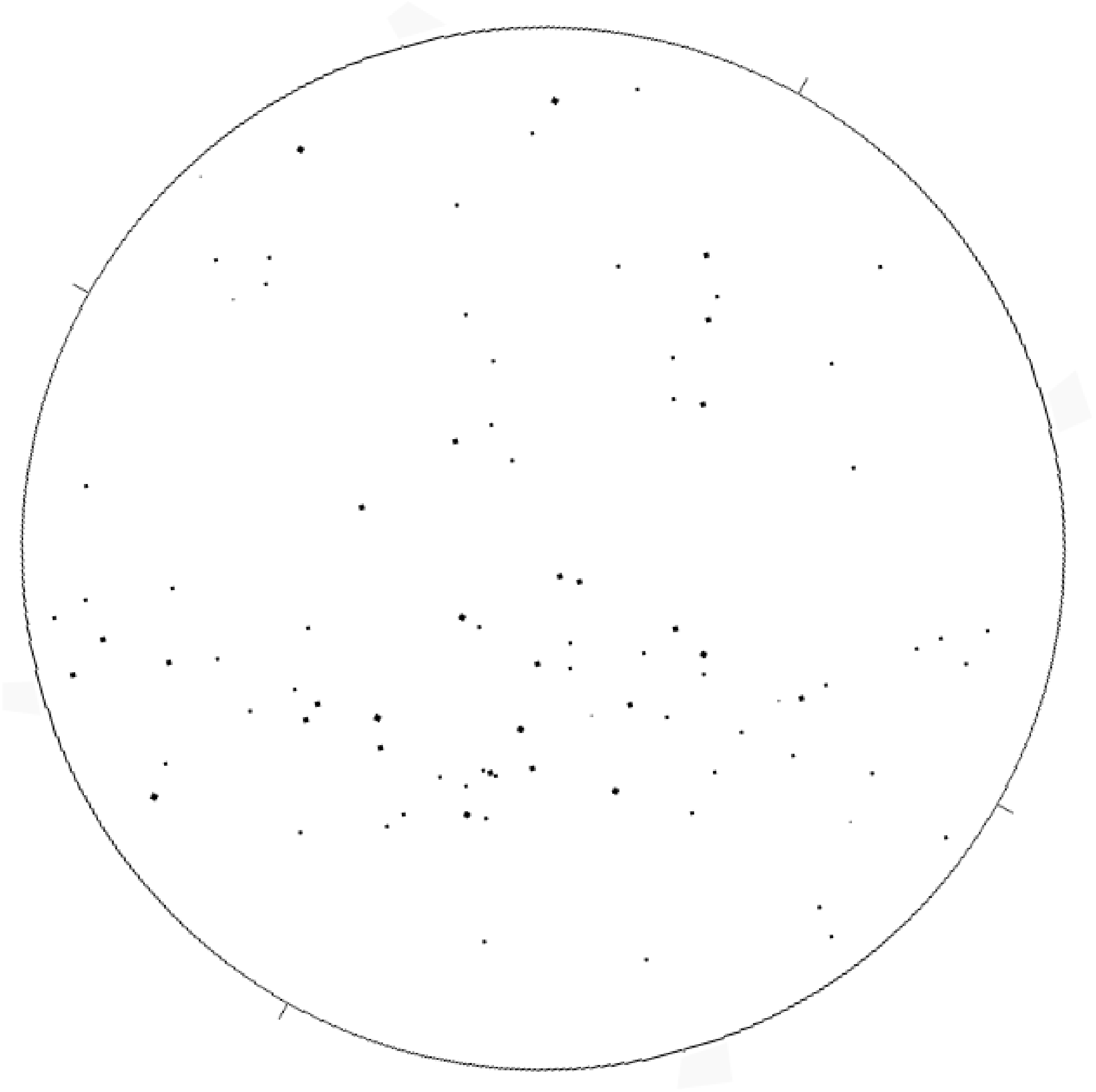
where a is the semi-major axis of the planetary orbit and T is its orbital period, determine the Astronomical Unit using $T_{Venus} = 224$ days and $T_{Earth} = 365$ days. You can work with the assumption that planets move on circular orbits around the Sun. [3]
যেখানে a হল গ্রহের কক্ষপথের আধা-প্রধান অক্ষ এবং T হল তার কক্ষপথের সময়কাল, $T_{Venus} = 224$ days এবং $T_{Earth} = 365$ days ব্যবহার করে জ্যোতির্বিদ্যার একক নির্ধারণ কর। তুমি এই অনুমান নিয়ে কাজ করতে পারো যে গ্রহগুলি সূর্যের চারপাশে বৃত্তাকার কক্ষপথে চলে।

৫. Robinson Crusoe: Lost in the sands [8]

The observation night

Deserts are one of the places with the least sky pollution, which makes them the best spot for night sky observations. So, you and some of your friends decided to go on a tour of a desert. As you are the only astronomer on the team, you have to help your friends to point the telescope in the right direction.
মরুভূমি হল সবচেয়ে কম আকাশ দূষণের স্থানগুলির মধ্যে একটি, যা তাদের রাতের আকাশ পর্যবেক্ষণের জন্য সেরা স্থান করে তোলে। এজন্য তুমি এবং তোমার কিছু বন্ধু একটি মরুভূমি ভ্রমণে যাওয়ার সিদ্ধান্ত নিয়েছো। যেহেতু তুমি দলের একমাত্র জ্যোতির্বিদ, তাই তোমাকে তোমার বন্ধুর টেলিস্কোপটিকে সঠিক দিকে নির্দেশ করতে সাহায্য করতে হবে।

Here is the map of the sky of the observation night. এখানে পর্যবেক্ষণ রাতের আকাশের মানচিত্র দেওয়া হল:



চিত্র ৫: Sky of Observation Night

a. Mark the cardinal points on the map as N, S, E, and W on skymap ৫. [0.5]
৫ তারাচিত্রে দিগন্ত দিক N, S, E, এবং W আঁক।

b. On the map ৫, draw at least 4 constellations you know so that it becomes easier for you to find the Deep Sky Objects. Label them as C1, C2, C3, C4, and write the names in the table. [2]
৫ তারাচিত্রে তারাচিত্রে কমপক্ষে ৪ টি constellation আঁক, যাতে করে তুমি সহজে যেকোনো Deep Sky Object চিনতে পারো। Constellation গুলোকে C1, C2, C3, C4 দ্বারা চিহ্নিত কর এবং খাতায় তাদের নাম লিখ।

The real adventure

You love roaming around in the night alone. Lost in the beauty of the night sky, you started walking alone after all of your friends are asleep. However, suddenly you realized that you came too far away from your camp, and can't find the way back. After three exhausting days of searching for the way back to your friends, you finally came to the camp. But alas! Your friends probably left after searching for you, and finally thinking that you're dead.
তুমি রাতে একা ঘুরে বেড়াতে ভালোবাসো। রাতের আকাশের সৌন্দর্যে হারিয়ে, বন্ধুরা ঘুমিয়ে পড়ার পর তুমি একা হাঁটতে শুরু করলে। যাইহোক, হঠাৎ তুমি বুঝতে পারলে যে তুমি তোমার শিবির থেকে অনেক দূরে এসেছো, এবং ফেরার পথ খুঁজে পাচ্ছো না। তোমার বন্ধুদের কাছে ফিরে যাওয়ার পথ খুঁজতে তিন ক্লান্তিকর দিন পরে, তুমি অবশেষে ক্যাম্পে এসেছো। কিন্তু হায়! তোমার বন্ধুরা সম্ভবত তোমাকে খোঁজার পরে এবং অবশেষে তুমি মারা গেছো ভেবে চলে গেছে।
Here starts your adventure. You have some dry foods and water in the tents with which you can survive for a few days. But you need to find your way back to home. এখানে তোমার দুঃসাহসিক যাত্রা শুরু হয়। তোমার তাঁবুতে কিছু শুকনো খাবার এবং পানি আছে যা দিয়ে তুমি কয়েক দিন বেঁচে থাকতে পারবে। কিন্তু তোমাকে বাড়ি ফেরার পথ খুঁজে বের করতে হবে।

Fortunately, you know the location of the station from where you came from, and unfortunately, you don't know your current location. However, you have a weird clock that shows the local sidereal time of Greenwich – a birthday gift from your best friend that you always keep with yourself. Armored with the knowledge of star maps and positional astronomy, you have to find your way back home. You can use the following map ৬.
সৌভাগ্যবশত, তুমি যে স্টেশন থেকে এসেছো তার অবস্থান জানো এবং দুর্ভাগ্যবশত, তুমি তোমার বর্তমান অবস্থান জানো না। যাইহোক, তোমার কাছে একটি অদ্ভুত ঘড়ি রয়েছে যা গ্রিনউইচের স্থানীয় সময় দেখায় – তোমার কাছের বন্ধুর কাছ থেকে একটি জন্মদিনের উপহার যা তোমার সবসময় নিজের সাথে রাখো। তারার মানচিত্র এবং অবস্থানগত জ্যোতির্বিদ্যার জ্ঞানের সাথে সম্পর্কিত, তোমাকে তোমার বাড়িতে ফিরে যাওয়ার পথ খুঁজে বের করতে হবে। তুমি নিচের ৬ মানচিত্র ব্যবহার করতে পারো।

c. Estimate your latitude from the star map. [0.5]
তারা মানচিত্র থেকে তোমার অক্ষাংশ বের কর।

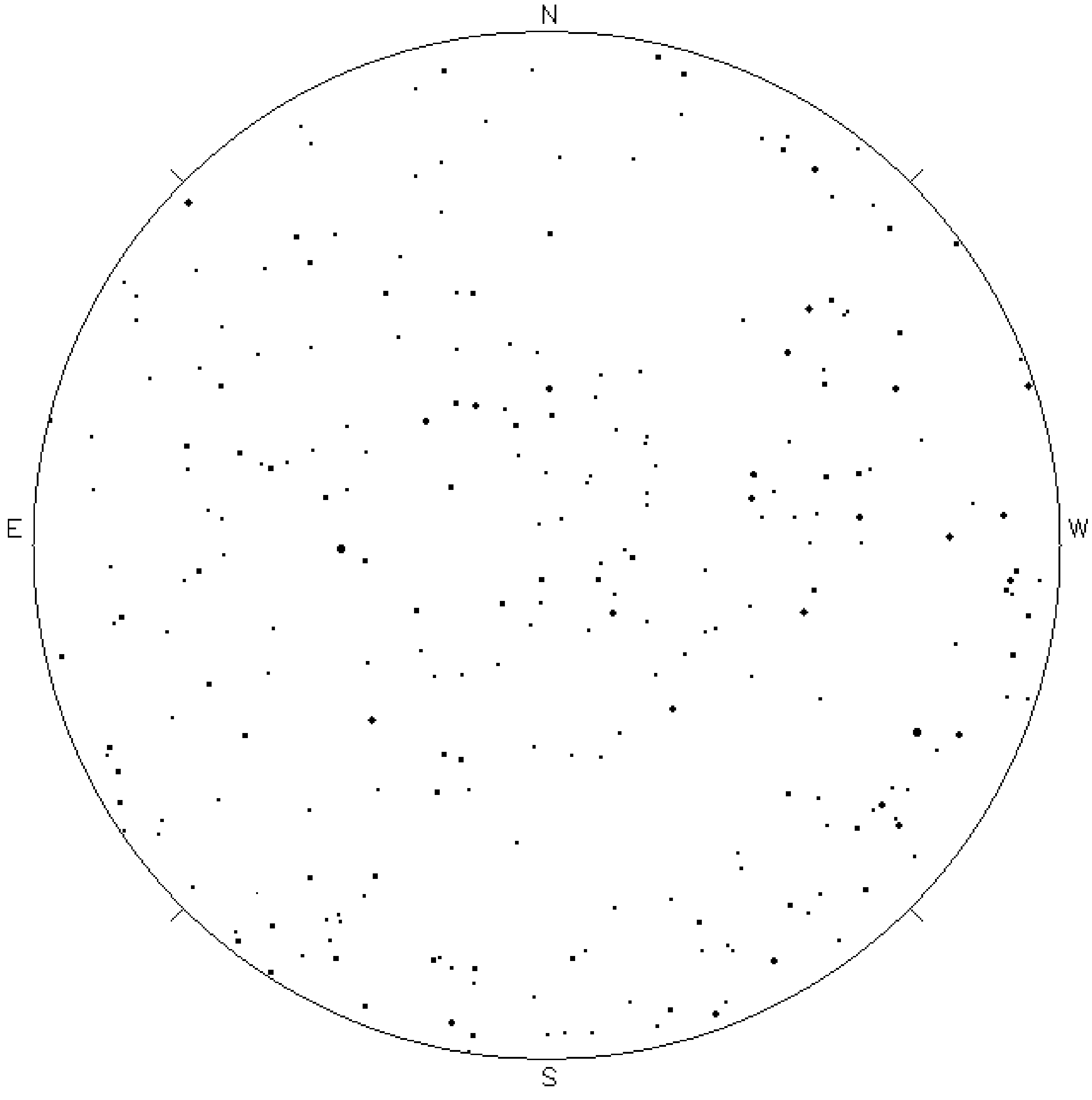
d. From the sky map, calculate your Local Sidereal Time. [1.5]
তারকা মানচিত্র থেকে তোমার আঞ্চলিক নাক্ষত্রিক সময় বের কর।
Hint: What is the actual definition of Local Sidereal Time? চিন্তা করে দেখ আঞ্চলিক নাক্ষত্রিক সময়ের আসল সংজ্ঞা কি?

e. Your watch shows the current Greenwitch Sidereal Time $00^h\,18^m\,33.6^{ss}$. Calculate the longitude of your location. [1.5]
তোমার ঘড়ি বর্তমান গ্রিনউইচ সাইডেরিয়াল টাইম $00^h\,18^m\,33.6^{ss}$ দেখায়। তোমার অবস্থানের দ্রাঘিমাংশ বের কর।

f. Given the location to the nearest human habitation to be 26.5° N, 27.6°E, calculate how far you're away from there (In nautical miles). [1]

নিকটতম মানুষের বাসস্থানের অবস্থানটি 26.5° N, 27.6°E হিসাবে দেওয়া, তুমি সেখান থেকে কত দূরে আছো তা বের কর (নটিক্যাল মাইলে)

g. Determine the angle to the direction in which you should start walking in order to go back to human habitation. [1]
মানুষের বাসস্থানে ফিরে যাওয়ার জন্য তোমাকে যে দিকে হাঁটা শুরু করতে হবে তার কোণটি বের কর।



চিত্র ৬: Sky map