Bangladesh Olympiad on Astronomy and Astrophysics

National Senior Round

18 April 2025

Instructions for the Candidate - পরীক্ষার্থীদের জন্য নির্দেশনা:

- For all questions, the process involved in arriving at the solution is more important than the answer itself. Valid assumptions / approximations are perfectly acceptable. Please write your method clearly, explicitly stating all reasoning.
  প্রতিটি প্রশ্নের জন্যই উত্তরের চেয়ে সমাধানের প্রক্রিয়া বেশি গুরুত্বপূর্ণ। যুক্তিপূর্ণ অনুমান / অ্যাপ্রক্সিমেশন পুরোপুরিভাবে গ্রহণযোগ্য। সমাধানের বিশদ ও স্পষ্ট ব্যাখ্যা আমাদের প্রত্যাশিত।
- Be sure to calculate the final answer in the appropriate units asked in the question.
  চূড়ান্ত উত্তর প্রশ্ন অনুযায়ী সঠিক এককে গ্রহণযোগ্য।
- Non-programmable scientific calculators are allowed.
  নন প্রোগ্রামেবল সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর গ্রহণযোগ্য।
- The mark distribution is shown in the [ ] at the right corner for every question.
  প্রতিটি প্রশ্নের শেষে [ ] বন্ধনীতে নম্বর বন্টন দেয়া আছে।
- The exam duration is **3 hour**.
  পরীক্ষার সময় **৩ ঘন্টা**।

নাম (বাংলায়) :

নাম (In English) :

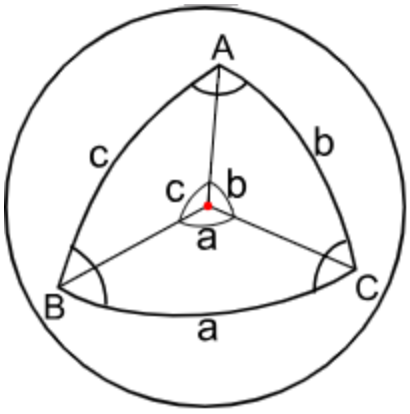
শ্রেণি (২০২৫ সাল) : মোবাইল নং:

প্রতিষ্ঠান (Institution) :

জন্মতারিখ (dd/mm/yy) :

Constants and Formulas

Mass of the Sun	$M_\odot$	$\approx$	$1.989 \times 10^{30}\,\text{kg}$
Mass of the Earth	$M_\oplus$	$\approx$	$5.972 \times 10^{24}\,\text{kg}$
Radius of the Moon	$R_\leftmoon$	$\approx$	$1.7374 \times 10^{6}\,\text{m}$
Radius of the Earth	$R_\oplus$	$\approx$	$6.371 \times 10^{6}\,\text{m}$
Radius of the Sun	$R_\odot$	$\approx$	$6.955 \times 10^{8}\,\text{m}$
Speed of light	c	$\approx$	$2.99 \times 10^{8}\,\text{m}$
Astronomical Unit(AU)	$a_\oplus$	$\approx$	$1.496 \times 10^{11}\,\text{m}$
Distance of Earth to Moon	$a_\leftmoon$	$\approx$	$3.78 \times 10^{8}\,\text{m}$
Solar Luminosity	$L_\odot$	$\approx$	$3.826 \times 10^{26}\,\text{W}$
Moon's apparent magnitude	$m_\leftmoon$	$=$	-12.7^m
Gravitational Constant	G	$\approx$	$6.674 \times 10^{-11}\,\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$
1 parsec	$1\,pc$	$=$	$3.086 \times 10^{16}\,\text{m}$
Stefan's constant	σ	$=$	$5.670 \times 10^{-8}\,\text{Wm}^2\text{K}^{-4}$
Boltzmann constant	k_B	$\approx$	$1.38 \times 10^{-23}\ \text{J/K}$
Pogson's law	$m_1 - m_2$	$=$	$-2.5 \log \dfrac{F_1}{F_2}$



Idea 1: Cosine rule for spherical triangle:

$$\cos(c) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)\cos(C)$$

Idea 2: Any real number x can be expressed as a continued fraction:

$$x = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \dots}}}$$

where a_0 is the integer part, and the remaining terms are determined iteratively.

1. Metonic Photography [8]

Faria was preparing for the BDOAA National round with her friend Rokon. They traveled to the highest peak of Bangladesh Bijoy (1280 m above sea level), with her new telescope– a gift from her father after she won a Silver Medal in IOAAjr 2024.; ফারিয়া তার বন্ধু রোকনের সাথে BDOAA ২০২৫ এর জাতীয় পর্যায়ের জন্য প্রস্তুতি নিচ্ছিল। তারা বাংলাদেশের সবচেয়ে উঁচু পাহাড় বিজয়ে (সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে ১২৮০ মিটার উচ্চতায়) ফারিয়ার নতুন টেলিস্কোপ নিয়ে ভ্রমনে গেল। টেলিস্কোপটি ফারিয়া জুনিয়র IOAA ২০২৪ সালে রৌপ্যপদক পাওয়ায় তার বাবার কাছে উপহার পেয়ছে।

During their observation, they witnessed a unique celestial event: the Waning Gibbous Moon was very close to Antares during its upper culmination in the Scorpius constellation, occurring 169 minutes before sunrise. Captivated by the sight, they captured a photograph with the Moon in the background. The position of Antares is given as (For epoch 2000); তাদের পর্যবেক্ষণের সময় তারা একটি অতি বিরল মহাজাগতিক ঘটনা লক্ষ্য করল: সূর্যোদয়ের ১৬৯ মিনিট আগে বৃশ্চিক রাশির উজ্জ্বল তারা জ্যোষ্ঠাকে তার উচ্চগমনের সময় ওয়েনিং গিবিয়াস চাঁদের অনেক কাছে দেখা যাচ্ছে। আনন্দিত হয়ে তারা চাঁদকে পিছে রেখে একটি ছবি তুলল। এসময় জ্যোষ্ঠা তারার অবস্থান ছিল (২০০০ সালে গণনাকৃত):

$$\alpha_{(2000)} = 16^{\mathrm{h}}19^{\mathrm{m}}26^{\mathrm{s}}, \quad \delta_{(2000)} = -26^{\circ}25'55''.$$

Faria and Rokon promised to recreate this photograph in the future. Rokon pointed out that they could do so if the tropical year ($T_Y = 365.2422$ days) and the synodic month of the Moon ($T_S = 29.53059$ days) aligned again. Excitedly, Faria exclaimed, "Oh, are you talking about the Metonic Cycle?"
ফারিয়া ও রোকন ঠিক করল ভবিষ্যতে তারা ঠিক এমন করেই ছবি তুলবে। রোকন বলল যে এই ছবি তারা আবার তুলতে পারবে যদি ট্রপিকাল বছর ($T_Y = 365.2422$ দিন) এবং চাঁদের যুতিমাস ($T_S = 29.53059$ দিন) একই সাথে শুরু হয়। ফারিয়া উৎসাহী হয়ে বলে উঠল, ''আরে! তুমি কি মেটনিক চক্রের কথা বলছো?"

(a) Calculate the duration of the Metonic cycle in years. Determine how many times this event will occur in the 21st century. [**3** points]
মেটনিক চক্রের ব্যাপ্তি কতবছর হবে বের কর। একুশ শতকে এই ঘটনা কতবার ঘটতে পারে?

(b) Determine the exact date and month when this event took place this year. [**5** points]
ঠিক কখন এবং কোন দিনে এই ঘটনা এই বছরে ঘটেছে বের কর।

2. The Universe at Reionization [8]

You observe a galaxy's Lyman-α emission line (which as a rest wavelength of $\lambda_{\text{rest}} = 121.6\,\text{nm}$) at $\lambda_{\text{obs}} = 850\,\text{nm}$. This galaxy existed during the Epoch of Reionization, when the first stars ionized the Universe. Assume a matter-dominated Universe. You are given the Hubble–Lemaître Law:
তুমি একটি গ্যালাক্সির লাইম্যান-α বিকিরণ বর্ণালী রেখা পর্যবেক্ষণ করলে (যার ল্যাবরেটরি তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_{\text{rest}} = 121.6\,\text{nm}$) $\lambda_{\text{obs}} = 850\,\text{nm}$ তরঙ্গদৈর্ঘ্যে। এই গ্যালাক্সির মহাবিশ্বের পুনর্আয়নীকরণের কালেও বেচে ছিল যখন প্রথম দিকের তারাগুলো মহাবিশ্বকে আয়নিত করতে শুরু করে। তুমি পদার্থ-আধিপত্যশীল মহাবিশ্ব ধরে নিতে পার। তোমাকে হাবল-লেমিটার সম্পর্ক দেওয়া আছে

$$v = Hr$$

where v is the velocity of recession, $H_0 = 70\,\text{km/s/Mpc}$ is the Hubble parameter and r is the distance to the galaxy.; যেখানে v হচ্ছে মহাবিশ্বে কোনোকিছু সরে যাওয়ার বেগ, $H_0 = 70\,\text{km/s/Mpc}$ হচ্ছে হাবল প্যারামিটার এবং r পর্যবেক্ষক থেকে গ্যালাক্সির দূরত্ব।

(a) Calculate the **redshift,** z of the galaxy. We shall call this the Epoch of Reionization (EoR).[**1** points]
গ্যালাক্সির লোহিতসরণ z বের কর। আমরা এটাকে বলব Epoch of Reionization (EoR)।

(b) The expansion of the universe stretched the wavelength out and caused the redshift. To explain the expansion, we define the **scale factor,** a as the ratio of the size of the Universe at any time to its present size. What was the scale factor at the EoR? [**1** points]
মহাবিশ্বের সম্প্রসারণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যকে টেনে বড় করে যার ফলে লোহিতসরণ হয়। এই সম্প্রসারণ ব্যাখ্যা করতে আমরা স্কেল ফ্যাক্টর a সংজ্ঞায়িত করব যা হচ্ছে যেকোনো সময়ের সাথে বর্তমান সময়ে মহাবিশ্বের আকারের অনুপাত। EoR কালে মহাবিশ্বের স্কেল ফ্যাক্টর কত ছিল?

(c) The universe cools proportionally as it expands. If the current temperature of the universe is $T_0 = 2.73\text{K}$, what was the **temperature**, T at the EoR? [**1** points]
মহাবিশ্বে সম্প্রসারণের সাথে সমানুপাতিক হারে শীতল হতে থাকে। যদি মহাবিশ্বের বর্তমান তাপমাত্রা $T_0 = 2.73\text{K}$ হয়, তাহলে EoR কালে মহাবিশ্বের তাপমাত্রা কত ছিল?

(d) Let us define the critical density, ρ_c as the matter density required to halt the expansion of the universe after infinite time. Find an expression of the critical density, in terms H and G. Calculate the present critical density ρ_{c0}. [**3** points]
আমরা ক্রিটিক্যাল ঘনত্ব ρ_c কে সংজ্ঞায়িত করি যেন একটা সময় পর পদার্থের কারণে মহাবিশ্বের সম্প্রসারণ অসীম সময় পর থেমে যায়। এই ক্রিটিক্যাল ঘনত্বের জন্য একটি রাশিমালা H এবং G সাহায্যে প্রকাশ কর। বর্তমান ক্রিটিক্যাল ঘনত্ব ρ_{c0} বের কর।

(e) Matter density reduces with expansion. Calculate the critical density at the EoR. [**1** points]
ভরের ঘনত্ব সম্প্রসারণের সাথে কমতে থাকে। EoR এর সময়ের জন্য মহাবিশ্বের ক্রিটিক্যাল-ঘনত্ব বের কর।

(f) Hence or otherwise, calculate the Hubble parameter at the EoR. [**1** points]
EoR এর সময়ের জন্য হাবল প্যারামিটার বের কর।

3. আজি যত তারা তব আকাশে... [22]

"আজি যত তারা তব আকাশে প্রভাত-আলোকে গগন ভ'রে,
যত শ্যামল ধরণীরে ঘিরে প্রাণ উঠে ডোরে ডোরে..."

The night sky is filled with stars of varying shapes and sizes– some small, others immensely large. Like the famous song by Rabindranath Tagore, "Aji Joto Tara Taba Akashe," we often wonder how many stars exist in each category. To answer this question Astronomers have devised a unique relation called, The **Initial Mass Function** (IMF) which describes the distribution of stellar masses at birth. Formally, we define the mass function $\boldsymbol{\Phi(M)}$ such that $\Phi(M)dM$ is the number of stars with masses between $\boldsymbol{M}$ and $\boldsymbol{M + dM}$.

রাতের আকাশ বিভিন্ন আকার এবং আকৃতির তারা দিয়ে পরিপূর্ণ, কিছু ছোট আবার কিছু বিশালাকার। রবীন্দ্রনাথের বিখ্যাত গান, '*আজি যত তারা তব আকাশে*' এর মত আমরাও ভাবি আকাশে নির্দিষ্ট আকারের কতগুলো তারা থাকতে পারে। এই প্রশ্নের উত্তর দিতে জ্যোতির্বিজ্ঞানী-রা একটি সুন্দর সম্পর্ক বের করেছেন যাকে বলে **আদি-ভর ফাংশন** (IMF) যা বলে জন্মের সময় তারাদের আকারের বিন্যাস কেমন ছিল। রীতি অনুসারে, আমরা ভর-ফাংশনকে $\boldsymbol{\Phi(M)}$ সংজ্ঞায়িত করব যেন $\Phi(M)dM$, $\boldsymbol{M}$ থেকে $\boldsymbol{M+dM}$ এর মধ্যে তারার সংখ্যা বুঝায়।

With this definition, the total number of stars with masses between M_1 and M_2 is; এই সংজ্ঞানুসারে, M_1 থেকে M_2 এর মধ্যে মোট তারার সংখ্যাকে প্রকাশ করা যাবে

$$N(M_1, M_2) = \int_{M_1}^{M_2} \Phi(M)\, dM$$

Thus the function $\boldsymbol{\Phi}$ is the derivative of the number of stars with respect to mass, i.e. the number of stars dN within some mass interval dM. Given a population (molecular clouds, clusters, stars, etc.), one can write the distribution of masses in the form, we can take the derivative of both sides:

এভাবে, ফাংশন $\boldsymbol{\Phi}$ হচ্ছে ভর সাপেক্ষে তারার সংখ্যার ডেরিভেটিভ বা dM রেঞ্জের ভরের মধ্যে তারার সংখ্যা dN। যেকোনো জনসংখ্যার (নাক্ষত্রিক মেঘ, তারাস্তবক, তারার ইত্যাদি) জন্য ভরের এই বিন্যাসকে উভয় পক্ষের ডেরিভেটিভ নিলে একজন প্রকাশ করতে পারে,

$$\frac{dN}{dM} = \Phi = k_1\, M^{-\alpha}$$

One theory by Salpeter (1955) about the IMF suggests that smaller mass stars are more likely to form than larger mass stars: *For every 1 star of mass M, there are approximately 224 stars with one tenth that mass.*; জ্যোতির্বিজ্ঞানী সলপিটারের (১৯৫৫) দ্বারা প্রদত্ত একটি থিওরি মতে, IMF বলে যে বড় ভরের তারার চেয়ে ছোট ভরের তারার জন্ম নেওয়ার সম্ভাবনায় বেশি: *যদি একটি নির্দিষ্ট ভর M এর জন্ম হয়, তাহলে ২২৪ টি এমন ভরের তারার জন্ম হবে যার ভর M ভরের তারার দশ ভাগের একভাগ।*

(a) What is the value of exponent α based on the theory? [**2** points]
থিওরি অনুসারে α সূচকের মান কত?

(b) If you assume that the nearest 1000 stars have nice, friendly masses of either 10, 1, or 0.1 solar masses ($M_\odot$), how many of each mass are there in the nearest 1000 stars? What percentage of the total mass does each group have? [**4** points]
যদি তুমি ধরে নাও যে কাছের ১০০০ টি তারার ভর ১০, ১ এবং ০.১ সৌরভরের ($M_\odot$) সমান, তাহলে প্রতি প্রকার তারার সংখ্যা কত? প্রতি প্রকারের তারা মোট ভরের কত শতাংশ দখল করে রেখেছে?

Often instead of the number of stars in some mass interval, we want to know the mass of the stars. In other words, we might be interested in knowing the total mass of stars between M_1 and M_2, rather than the number of such stars. To determine this, we simply integrate $\boldsymbol{\Phi}$ times the mass per star. Thus the total mass of stars with masses between M_1 and M_2 is; অনেকসময় একটি ভর ব্যপ্তিতে তারার সংখ্যা জানার চেয়ে আমরা এই ভরের ব্যপ্তিতে মোট ভর কত জানতে বেশি আগ্রহী। অন্যক-থায় আমরা হয়ত M_1 থেকে M_2 ভরের তারার মধ্যে যত তারা আছে তাদের মোট ভর জানতে চাই। এটা করতে আমরা $\boldsymbol{\Phi}$ কে প্রতি তারার ভর সাপেক্ষে ইন্টিগ্রেট করব। এভাবে মোট ভর হবে,

$$M_*(M_1, M_2) = \int_{M_1}^{M_2} M\Phi(M)\, dM$$

or equivalently; একই ভাবে

$$\frac{dM_*}{dM} = M\Phi(M) \equiv \xi(M).$$

Unfortunately the terminology is somewhat confusing because $\xi(M)$ is also often called the mass function, even though it differs by a factor of M from $\Phi(M)$. You will also often see $\xi(M)$ written using a change of variables; দুঃখজনক হচ্ছে জ্যোতির্বিজ্ঞানীরা অনেক সময় $\xi(M)$ কেউ ভর-ফাংশন বলেন, যদিও এটা $\Phi(M)$ থেকে M গুণ কম। তাই তুমি হয়ত অনেকসময় ভেরিয়েবল পরিবর্তন করে এমন ভাবে $\xi(M)$ কে প্রকাশ করতে দেখবে–

$$\xi(\log M) = M\,\Phi(M) = M\frac{dN}{dM} = M\frac{d\log M}{dM}\frac{dN}{d\log M} = \frac{dN}{d\log M}.$$

If we want to write the new definition as; আমরা যদি নতুন ভাবে সংজ্ঞায়িত করতে চাই

$$\xi\left(\log M\right) = \frac{dN}{d\log M} = k_2 M^{-\Gamma}$$

(c) What is the value of Γ and how does it relates with α? [**2** points]
Γ এর মান কত হবে এবং গামার সাথে আলফার সম্পর্ক কেমন?

Note that the IMF is defined as the total number of stars *ever formed* per square parsec in the galaxy, which is different from the PDMF (Present Day Mass Function), which is the number of stars currently in existence per square parsec. The difference lies in the fact that some stars will have died since the formation of the galaxy, so using the IMF will overestimate the number of stars. For a constant birthrate of stars, the PDMF (ϕ) is related to the IMF (ξ) by; খেয়াল কর IMF কে সংজ্ঞায়িত করা হয়েছিল যে গ্যালাক্সির প্রতি বর্গ-পারসেকে মোট কতগুলো তারার জন্ম হয়েছিল যেটা কিনা বর্তমানের ভর-ফাংশন (PDMF) থেকে আলাদা। এই পার্থক্য হবার কারণ গ্যালাক্সির জন্মের পর থেকে অবশ্যই কিছু তারা তার জীবনকাল শেষ করে ফেলেছে। তারার জন্মের হার ধ্রুব থাকলে বর্তমান ভর-ফাংশন এবং আদি ভর-ফাংশনের মধ্যে সম্পর্ক

$$\phi(\log M) = \begin{cases} \xi(\log M) T_{\rm ms}/T_0, & T_{\rm ms} < T_0 \\ \xi(\log M), & T_{\rm ms} \geqslant T_0 \end{cases}$$

where the PMDF and IMF are both in terms of stars per square parsec per logarithmic mass interval, $T_{\rm ms}$ is the main sequence lifetime of a star, and $T_0 = 10$ Gyr is the age of the galaxy.; যেখানে PDMF এবং IMF উভয়কে প্রকাশ করা হয়েছে প্রতি বর্গ পারসেকে একটি লগারিদমিক বিন্যাসে (১ থেকে ১০, ১০ থেকে ১০০ এভাবে) তারার সংখ্যা। $T_{\rm ms}$ হচ্ছে প্রধানধারার তারার বয়স এবং $T_0 = 10$ গিগাবছর গ্যালাক্সির বয়স।

(d) From our study of stellar evolution, we find the luminosity of stars are related to mass by
আমাদের নাক্ষত্রিক বিবর্তনের জ্ঞান থেকে, তারার দীপ্তি এবং ভরের সম্পর্ক

$$L_\star = b\,M^\beta \qquad \begin{cases} \beta = 2.3 \quad b = 0.23 \implies M_\star < 0.43 M_\odot \\ \beta = 4.0 \quad b = 1.0 \implies 0.43 M_\odot < M_\star < 2 M_\odot \\ \beta = 3.5 \quad b = 1.5 \implies 2 M_\odot < M_\star < 20 M_\odot \end{cases}$$

What is the age of 3 types of star in question **(b)** in terms of solar lifetime. [**4** points]
প্রশ্ন **(b)** তে উল্লেখিত ৩ প্রকারের তারার বয়স সৌর বয়সে কত?

(e) What is the total luminosity of all the 1000 stars combined during formation and currently? Which stars dominated the total luminosity during formation and dominates currently?
গ্যালাক্সির জন্মের সময় এবং বর্তমানে ১০০০ টি তারার মোট দীপ্তি কত? কোন প্রকারের তারা জন্মের সময় এবং বর্তমানে ১০০০ টি তারার মোট দীপ্তিতে সবচেয়ে বেশি অবদান রাখছে? [**10** points]

4. Motion of the Stars [19]

Sifat loves to explore the night sky and look at different constellations. Although the shape of the constellations does not seem to be change, he knows that the stars have their own motion, and as a result, the constellation won't be the same after long time. He looks at Procyon and Sirius and ponders if they ever going to meet at a single point in night sky, and how long it would take to happen. To simplify his calculation, he assumes Procyon has a constant angular velocity of 200 mas/year towards Sirius, and Sirius has a constant angular velocity of 350 mas/year in the direction of Procyon.

সিফাত রাতের আকাশ এবং তারামন্ডল পর্যবেক্ষণ করতে অনেক ভালোবাসে। যদিও তারামন্ডলগুলোর আকার আপাত ভাবে পরিবর্তিত হয় না, সে জানে তারাগুলোর মহাকাশে নিজস্ব গতি আছে, এজন্য দীর্ঘ সময় পর তারামন্ডলগুলোর আকার পরিবর্তিত হয়ে যাবে। সে লুব্ধক এবং প্রভাস তারার দিকে তাকিয়ে ভাবল, তাদেরকে কী আকাশে একই বিন্দুতে মিলিত হতে দেখা যাবে, দেখা গেলে কত সময় লাগবে? অংক সহজ করতে সে ধরে নিল আকাশে প্রভাসের কৌণিক গতি ২০০ মিলিআর্কসেকেন্ড/বছর লুব্ধকের দিকে এবং লুব্ধকের ধ্রুব কৌণিক গতি ৩৫০ মিলিআর্কসেকেন্ড/বছর প্রভাসের দিকে।

Star	Right Ascension (α)	Declination (δ)	Parallax (ϖ)
Procyon	$7^h39^m18.1^s$	$+5^\circ13'29''$	284.56 mas
Sirius	$6^h45^m8.9^s$	$-16^\circ42'58''$	379.21 mas

সারণী 1: লুব্ধক এবং প্রভাসের তথ্য

(a) Use Spherical Triangle Formula to find the angular separation of the two stars, $\Delta\theta$. [**2** points]
গোলকীয় ত্রিভুজের সূত্র ব্যবহার করে তারাদ্বয়ের মধ্যে কৌণিক দূরত্ব $\Delta\theta$ বের কর।

(b) Calculate the distance (in parsecs) between the stars. [**2** points]
তারাদ্বয়ের মধ্যে রৈখিক দূরত্ব (পারসেক এককে) বের কর।
Use $\Delta\theta = 10^\circ$ if you have not done question (a).
যদি তুমি প্রথম (a) প্রশ্নের সমাধান না করতে পার তাহলে $\Delta\theta = 10^\circ$ ধরে কাজ কর।

(c) According to Sifat's assumption, how long it would take for the two stars to meet at a single point in the night sky? [**3** points]
সিফাতের অনুমান হিসেবে, রাতের আকাশে তারা ২ টি একই বিন্দুতে মিলিত হতে কত সময় লাগবে।

(d) What is the Declination (δ_c) and Right Ascension (α_c) of the point they meet? [**4+2** points]
যে বিন্দুতে তারা ২ টি মিলিত হয়েছে সে বিন্দুর বিষুবলম্ব (δ_c) এবং বিষুবাংশ (α_c) কত?

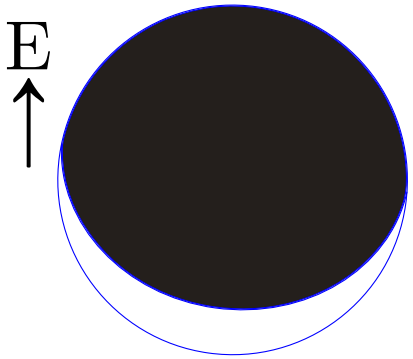
(e) Find the proper motion ($\mu_{\delta,P}$, $\mu_{\alpha,P}$) of Procyon e.g find it's rate of change in δ and α. [**4+2** points]
প্রভাসের নাক্ষত্র সরল গতি (বিষুবাংশ এবং বিষুবলম্ব পরিবর্তনের হার, $\mu_{\delta,P}$, $\mu_{\alpha,P}$) বের কর।

5. Planetary Parade [14]

On February 28, 2025, a rare planetary alignment took place, featuring seven planets– Mercury, Venus, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, and Neptune– all visible in the evening sky. Talha was eager to observe this event, but due to light pollution and obstructing buildings in Dhaka, he struggled to find a suitable location.; ২৮শে ফেব্রুয়ারি, ২০২৫ একটি বিরল গ্রহ-সম্মেলন ঘটে গেছে যেখানে সৌরজগতের ৭ টি গ্রহ – বুধ, শুক্র, মঙ্গল, বৃহস্পতি, শনি, বৃহস্পতি, ইউরেনাস এবং নেপচুনকে সন্ধ্যার আকাশে একই সাথে দেখা গেছিল। তালহা ঘটনাটি পর্যবেক্ষণ করতে অতি আগ্রহী ছিল কিন্তু ঢাকার আলোক দূষণ এবং বড়-বড় দালানের কারণে সে ভাল একটি জায়গা খুঁজে পাচ্ছিল না।

To get a better understanding of the alignment, he called his Phaembae[১], who was observing the alignment from Rajshahi under clear skies. Based on their conversation, Talha noted down the following details: গ্রহ-সম্মেলনকে ভালমত বুঝতে সে ফাহিম্বাই কে কল দিল, যে পরিষ্কার আকাশের তলে রাজশাহীতে আকাশ পর্যবেক্ষণ করছিল। তাদের আলাপের সাপেক্ষে, তালহা নিচের তথ্যগুলো টুকে নিল।

- **Mercury** was located 5° west of the First Point of Aries (♈). [**2** points]
  বুধকে বিষুবন বিন্দুর (♈) ৫ ডিগ্রি পশ্চিমে দেখা গেছে।
- **Venus** displayed a phase as shown in the figure 1. শুক্র গ্রহের কলা পাশের চিত্রের মত ছিল। [**3** points]
- The **Moon** was 0.5 days old, with just 0.2% illumination. চাঁদের বয়স তখন মাত্র অর্ধেক দিন, এবং উজ্জ্বলতা ০.২ শতাংশ। [**3** points]
- **Mars** was seen in the Gemini constellation. মঙ্গল গ্রহকে মিথুন রাশির ওপরে দেখা যাচ্ছে। [**1** points]
- **Jupiter** appeared above the Hyades cluster. বৃহস্পতিকে হেইডিস তারাস্তবকের ওপরে দেখা যাচ্ছে। [**1** points]
- The ecliptic longitude of **Saturn** was +350°. শনির সৌর-দ্রাঘিমাংশ ছিল +৩৫০ ডিগ্রি। [**2** points]
- **Uranus** had a right ascension of $\alpha = 3^h25^m$. ইউরেনাসের বিষুবাংশ ছিল $\alpha =$ ৩ ঘন্টা, ২৫ মিনিট। [**2** points]
- **Neptune** and **Sun** is marked on the map. তারাচিত্রে আগে থেকে নেপচুন এবং সূর্যকে চিহ্নিত করে দেওয়া আছে।

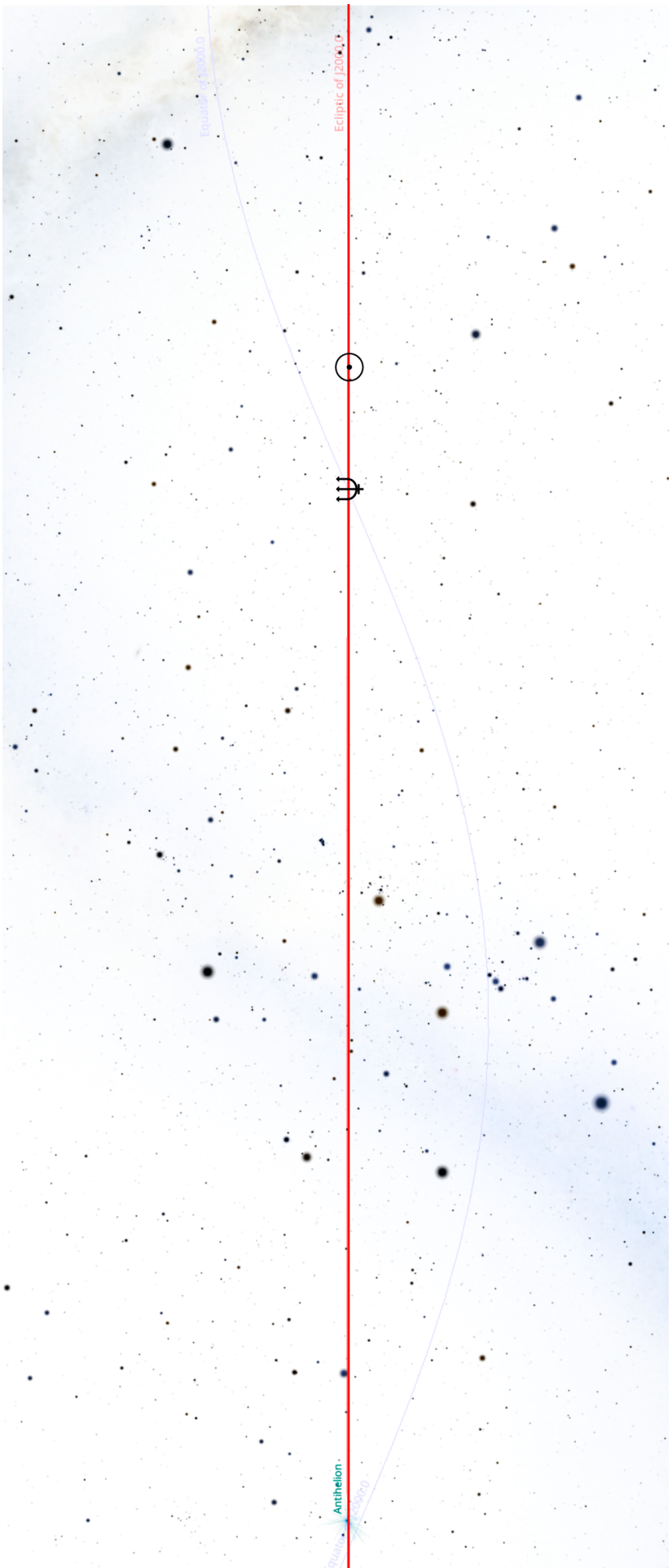


চিত্র 1: Venus as seen in the Sky

Mercury	☿	Saturn	♄
Venus	♀	Uranus	♅
Mars	♂	Neptune	♆
Jupiter	♃	Moon	☾

Your task is to plot the positions of the planets and the Moon on Talha's map, assuming that all of these celestial objects lie along the ecliptic at the given time. For marking make the use of Astronomical symbols of the planets given in the table.; তোমার কাজ হচ্ছে প্রদত্ত তারাচিত্রে গ্রহগুলো এবং চাঁদের অবস্থান চিহ্নিত করা। ধরে নিত পার যে সব গ্রহরা সৌরপথের ওপরেই অবস্থান করে। চিহ্নিত করতে তুমি গ্রহের জ্যোতির্বৈজ্ঞানিক চিহ্ন ব্যবহার কর যা টেবিলে দেওয়া আছে।

[১] A pseudonym for Fahim vai


Ecliptic of J2000.0
Antihelion